Corrigé du TD N°01

SYSTÈMES DU 1°ORDRE
Equation différentielle et solution

I- CIRCUIT "RL série"

2- Détermination de i(t)

① La loi des mailles donne directement $v_e(t) = Ri(t) + L\dfrac{di(t)}{dt}$

② $\dfrac{L}{R}\dfrac{di(t)}{dt} + i(t) = \dfrac{v_e(t)}{R} = \dfrac{E}{R}$.

③ On a donc $\tau = \dfrac{L}{R}$ et $f(t) = I_\infty = \dfrac{E}{R}$.

④ $i(0) = 0 \Rightarrow 0 = A + B$

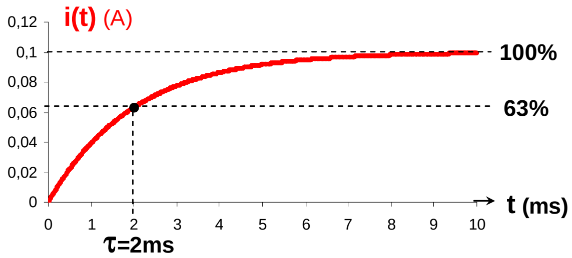
$I_\infty = E/R \Rightarrow E/R = A + 0$

Bilan : $A = E/R$ et $B = -E/R$.

3- Tracé du graphe i(t)

① $\tau = \dfrac{L}{R} = \dfrac{0{,}1}{50} = 2.10^{-3}\text{s}$ et $I_\infty = \dfrac{E}{R} = \dfrac{5}{50} = 0{,}1\text{A}$

On a donc $i(t) = \dfrac{E}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = 0{,}1 \times \left(1 - e^{-t/2.10^{-3}}\right)$ *(graphe ci-dessous)*



② Les 4 propriétés principales de la courbe "1°ordre" sont bien vérifiées sur la courbe i(t).

II- SYSTÈME HYDRAULIQUE

2- Détermination de h(t)

① La loi "débit = variation de volume" donne $q_e - q_v = \dfrac{dv}{dt}$

avec $q_e(t) = Q_e$ (constant) ; $q_v = k.h(t)$ (k = constante) et $v = S.h(t)$

$\Rightarrow Q_e - k.h(t) = S\dfrac{dh(t)}{dt}$ (q_e est la grandeur d'entrée et h la grandeur de sortie)

$\Rightarrow S\dfrac{dh(t)}{dt} + k.h(t) = Q_e$.

② $\dfrac{S}{k}\dfrac{dh(t)}{dt} + h(t) = \dfrac{Q_e}{k}$.

③ On a donc $\tau = \dfrac{S}{k}$ et $f(t) = h_\infty = \dfrac{Q_e}{k}$.

④ $h(0) = 0 \Rightarrow 0 = A + B$

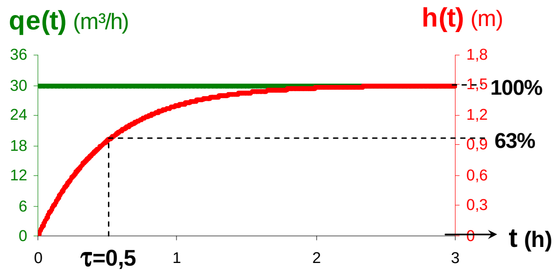
$h_\infty = Q_e/k \Rightarrow Q_e/k = A + 0$

Bilan : $A = Q_e/k$ et $B = -Q_e/k$.

3- Tracé du graphe h(t)

① $\tau = \dfrac{S}{k} = \dfrac{10}{20} = 0{,}5\text{h}$ et $h_\infty = \dfrac{Q_e}{k} = \dfrac{30}{20} = 1{,}5\text{m}$.

On a donc $h(t) = \dfrac{Q_e}{k}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = 1{,}5 \times \left(1 - e^{-t/0{,}5}\right)$ *(graphe ci-dessous)*



② Les 4 propriétés principales de la courbe "1°ordre" sont bien vérifiées sur la courbe h(t).