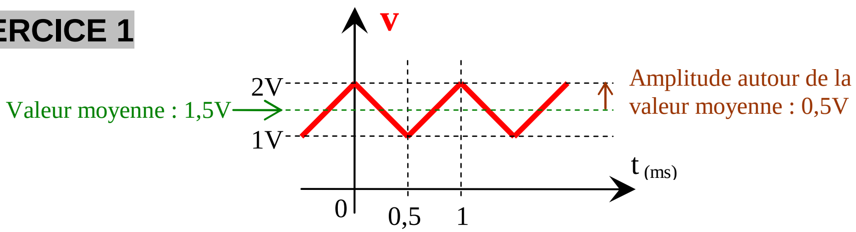
Corrigé du TD N°04

ANALYSE DE FOURIER

EXERCICE 1



1- Pour un signal triangulaire s(t) alternatif d'amplitude E on a :

$$s(t)=\frac{8E}{\pi^2}\left[\cos\omega t+\frac{1}{3^2}\cos 3\omega t+\frac{1}{5^2}\cos 5\omega t+\ldots\right]\quad \text{avec}\quad \omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$$

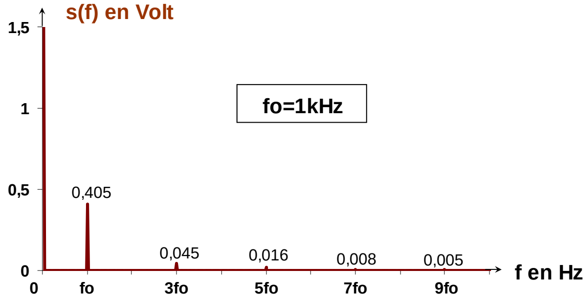
Les caractéristiques du signal v(t) sont :

- valeur moyenne : V_0 = 1,5V
- amplitude autour de la valeur moyenne E = 0,5V
- fréquence $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{1.10^{-3}}=1\text{kHz}$ et pulsation $\omega=2\pi f$.

$$\Rightarrow\ v(t)=1,5+\frac{8\times 0,5}{\pi^2}\left[\cos\omega t+\frac{1}{3^2}\cos 3\omega t+\frac{1}{5^2}\cos 5\omega t+\frac{1}{7^2}\cos 7\omega t+\frac{1}{9^2}\cos 9\omega t+\ldots\right]$$

$\Rightarrow$ v(t) = 1,5 + 0,405cosωt + 0,045cosωt + 0,016cosωt + 0,0083cosωt + 0,005cosωt + ...

2- Spectre en amplitude jusqu'à l'ordre 9

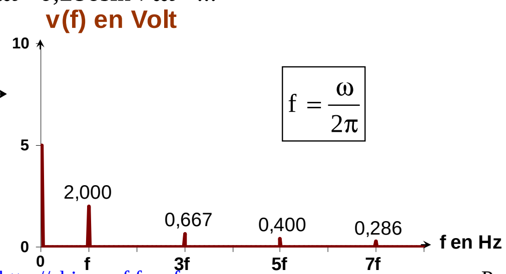


EXERCICE 2

v(t) ≈ 5 + 2 sin ωt + 0,667sin 3ωt + 0,400sin 5ωt +0,286sin 7ωt +...

1 - V_0 = 5V (valeur moyenne).

2 - Spectre en amplitude



3 - Valeur efficace

$$V^2=5^2+2^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{5}\right)^2+\left(\frac{2}{7}\right)^2+\ldots$$

$$\Rightarrow\ V^2=5^2+2^2\left(1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{7^2}+\ldots\right)\Rightarrow\quad V=\sqrt{5^2+2^2\times\frac{\pi^2}{8}}$$

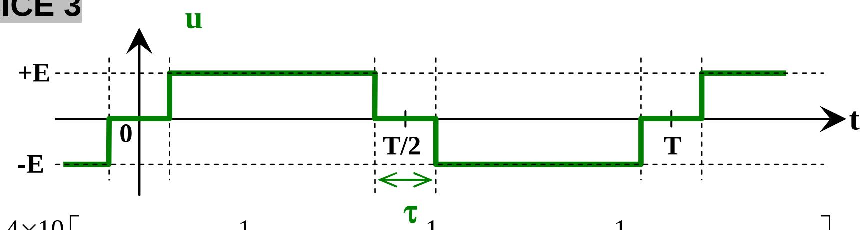
soit $\boxed{V\approx 5,47V}$.

4 - Taux de distorsion harmonique **D**.

$$D=\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{5}\right)^2+\left(\frac{2}{7}\right)^2+\ldots}{2^2}=\frac{2^2\left(\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{7^2}+\ldots\right)}{2^2}=\frac{2^2\times\left(\frac{\pi^2}{8}-1\right)}{2^2}\approx 0,234\,.$$

EXERCICE 3

1-

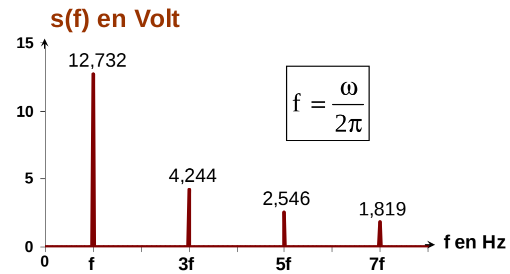


2- $u(t)=\frac{4\times 10}{\pi}\left[\cos(0)\sin\omega t+\frac{1}{3}\cos(0)\sin 3\omega t+\frac{1}{5}\cos(0)\sin 5\omega t+\frac{1}{7}\cos(0)\sin 7\omega t+\ldots\right]$

$u(t)\approx 12,7\sin\omega t+4,24\sin 3\omega t+2,55\sin 5\omega t+1,82\sin 7\omega t+\ldots$

$$D=\frac{\left(\frac{4\times 10}{\pi}\right)^2\times\left(\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{7^2}+\ldots\right)}{\left(\frac{4\times 10}{\pi}\right)^2}$$

$$D=\frac{\pi^2}{8}-1\approx 0,234\,.$$



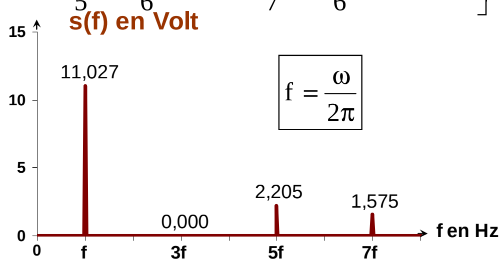
3- Pour annuler l'amplitude de l'harmonique 3 il faut avoir : $\frac{3\pi\tau}{T}=\frac{\pi}{2}$ (car $\cos\frac{\pi}{2}=0$)

$$\Rightarrow\ \frac{3\tau}{T}=\frac{1}{2}\quad\Rightarrow\ \boxed{\tau=\frac{T}{6}}.$$

$$\Rightarrow\ u(t)=\frac{4\times 10}{\pi}\left[\cos\frac{\pi}{6}\sin\omega t+\frac{1}{3}\cos\frac{3\pi}{6}\sin 3\omega t+\frac{1}{5}\cos\frac{5\pi}{6}\sin 5\omega t+\frac{1}{7}\cos\frac{7\pi}{6}\sin 7\omega t+\ldots\right]$$

$\Rightarrow\ u(t)\approx 11,0\sin\omega t+0\sin 3\omega t$

$\Rightarrow\ +2,21\sin 5\omega t+1,58\sin 7\omega t+\ldots$



Le taux de distorsion sera plus faible car les harmoniques de rang supérieur à 1 ont des amplitudes plus faibles et l'harmonique 3 a disparu.