Epreuve de : Physique Appliquée

Durée : 3 heures **Coefficient :3**

Les amplificateurs opérationnels sont tous considérés comme idéaux.

Un formulaire est fourni en page 8

I. Mesure de température et chaîne de transmission optique

On étudie ici le procédé de mesure de la température dans un puits de forage pétrolier, ainsi que sa transmission au poste de contrôle. En raison de l'atmosphère explosive qui règne dans ce milieu, une transmission par voie optique est préconisée.

La figure 1 illustre le principe de la chaîne de mesure :

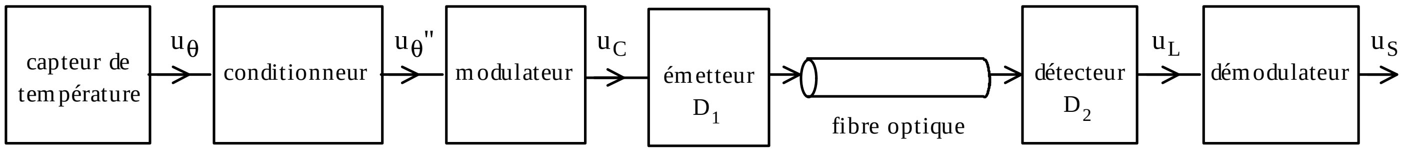

Figure 1 : principe de la chaîne de mesure

A. Etude du capteur et du conditionneur

Le capteur est un ruban de platine dont la résistance R_θ varie avec la température θ selon la loi :

$R_\theta = R_0\,(1 + a\theta)$

avec R_0 la résistance à 0 °C : $R_0 = 100\ \Omega$

et a le coefficient de température : $a = 3{,}85\times10^{-3}\ °C^{-1}$

Ce capteur est inséré dans le circuit conditionneur de la Figure 2.

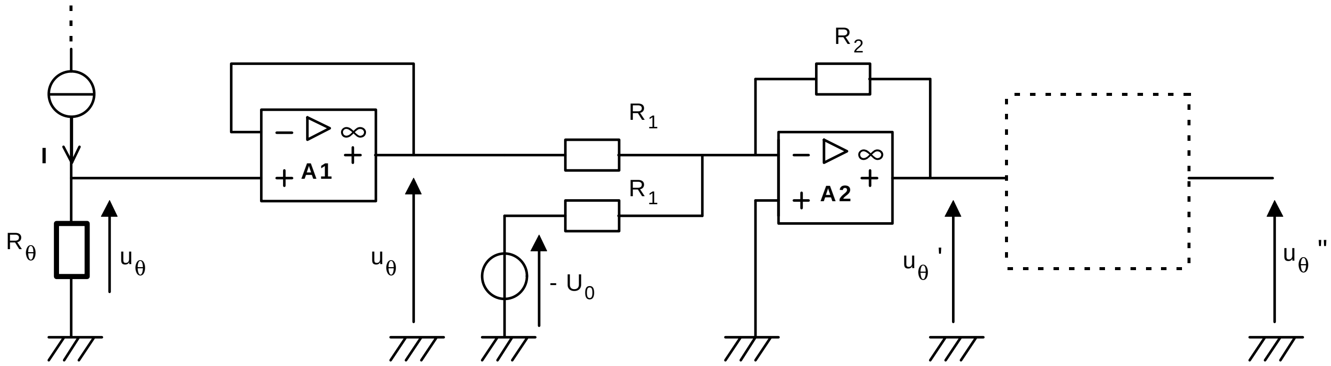

Figure 2 : circuit conditonneur

On donne I = 10,0 mA.

1) - Montrer que la tension u_θ recueillie aux bornes de la résistance R_θ s'écrit sous la forme : $u_\theta = U_0(1 + a\theta)$

- Exprimer U_0 en fonction de I et R_0. Calculer U_0.

2) Quelle est l'intérêt du montage de l'amplificateur opérationnel A1?

3) Dans le montage construit autour de A2, la tension U_0 est la même que celle qui a été définie à la question 1. Montrer que la tension u_θ' s'écrit sous la forme : $u_\theta' = -b\,\theta$

- Exprimer b en fonction de a, U_0, R_2 et R_1.

4) On souhaite inverser la tension u_θ' pour obtenir la tension u_θ'' qui s'écrit : $u_\theta'' = b\,\theta$. Représenter un montage à amplificateur opérationnel assurant cette fonction et qui complète le conditionneur.

B. Etude du modulateur

On admet maintenant que $u_\theta'' = b\,\theta$ avec $b = 3{,}85\times10^{-2}$ V.°C^{-1}.

Le principe du modulateur est illustré Figure 3.

L'amplificateur opérationnel, alimenté entre Vcc_1 et la masse, est ici utilisé en comparateur :

- si $v_+ > v_-$ alors $u_C = Vcc_1$
- si $v_+ < v_-$ alors $u_C = 0$

L'entrée inverseuse reçoit une tension en dents de scie qui a pour équation $v_-(t) = \dfrac{Vcc_1}{T}t$ dans l'intervalle [0, T].

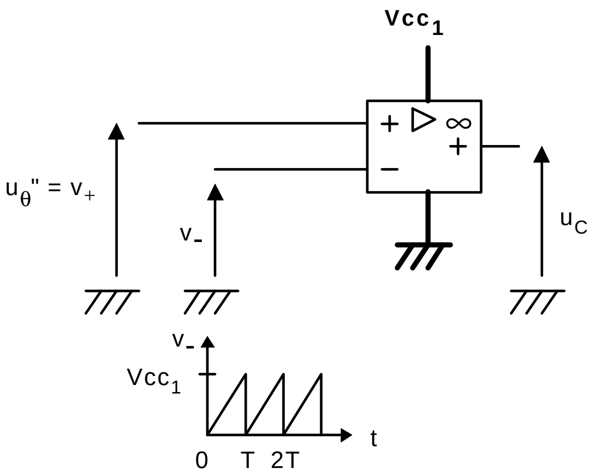

Figure 3 : principe du modulateur

1) L'annexe (à remettre avec la copie) donne les chronogrammes de $v_-(t)$ et $u_\theta''(t)$, pour deux valeurs de $u_\theta''(t)$. Représenter le chronogramme de la tension de sortie du comparateur $u_C(t)$ dans les deux cas considérés.

2) - En vous plaçant dans l'intervalle [0, T], déterminer la largeur Δt de l'impulsion $u_C(t)$ (durée pendant laquelle $u_C(t) = Vcc_1$) en fonction de u_θ'', T et Vcc_1.

- Pour assurer le bon fonctionnement du montage, il faut : $\Delta t \leq T$. Sachant que la température maximale est de 120 °C, calculer la valeur minimale que doit prendre Vcc_1.
- Montrer que Δt s'écrit sous la forme $\Delta t = k\,\theta$ et exprimer k en fonction de T, b et Vcc_1.

C. Etude de la transmission optique

Le support de la transmission est une fibre optique, l'émetteur une diode électroluminescente D_1 et le détecteur une photodiode D_2, comme l'illustre la Figure 6.

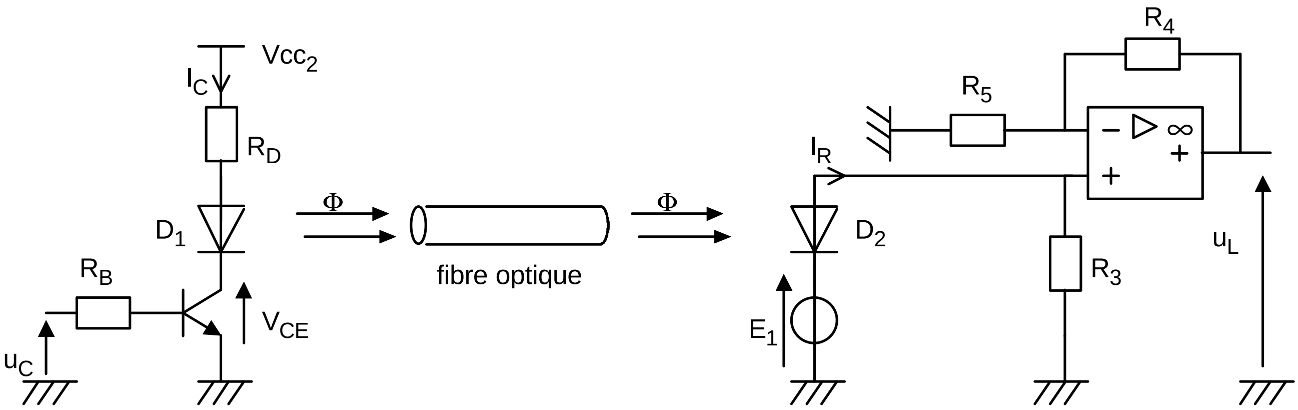

Figure 6: chaîne de transmission optique

Le transistor fonctionne en commutation :

- lorsque $u_C = 0$, le transistor est bloqué et $I_C = 0$;
- lorsque $u_C = Vcc_1$, le transistor est saturé et $V_{CE} = 0$ V.

On donne $Vcc_2 = 15$ V.

La tension de seuil de la diode D_1 est de 2V.

On négligera l'atténuation que subit l'intensité lumineuse dans la fibre optique : le flux lumineux sortant est égal au flux lumineux rentrant Φ.

Etant donné la forme du signal $u_C(t)$, la transmission optique est du type "tout ou rien", c'est-à-dire que Φ prend deux valeurs : 0 ou Φ_m.

E_1 a une valeur qui assure la polarisation inverse de la photodiode D_2. Lorsque $\Phi = \Phi_m$ le courant inverse I_R de la photodiode vaut $I_{Rm} = 80$ µA. On néglige I_R lorsque $\Phi = 0$

1) Citez les avantages d'une transmission par voie optique.

2) On souhaite limiter le courant dans D_1 à 10 mA, lorsque le transistor est saturé. Calculer la valeur qu'il faut donner à R_D pour assurer cette condition.

3) - Exprimer u_L en fonction de I_R, R_3, R_4 et R_5.

- On donne $R_3 = 10\ k\Omega$, calculer la valeur qu'il faut donner au rapport R_4/R_5 pour que $u_L = 5{,}0$ V lorsque $I_R = I_{Rm}$.

D. Etude du démodulateur

Le chronogramme du signal u_L est représenté Figure 5. On admettra que la largeur Δt des impulsions est proportionnelle à la température mesurée θ : $\Delta t = k\ \theta$ avec $k = 7{,}7\times10^{-5}$ s .°C^{-1}.

On note le rapport cyclique $\alpha = \dfrac{\Delta t}{T}$ et on donne T = 10 ms , $U_m = 5{,}0$ V.

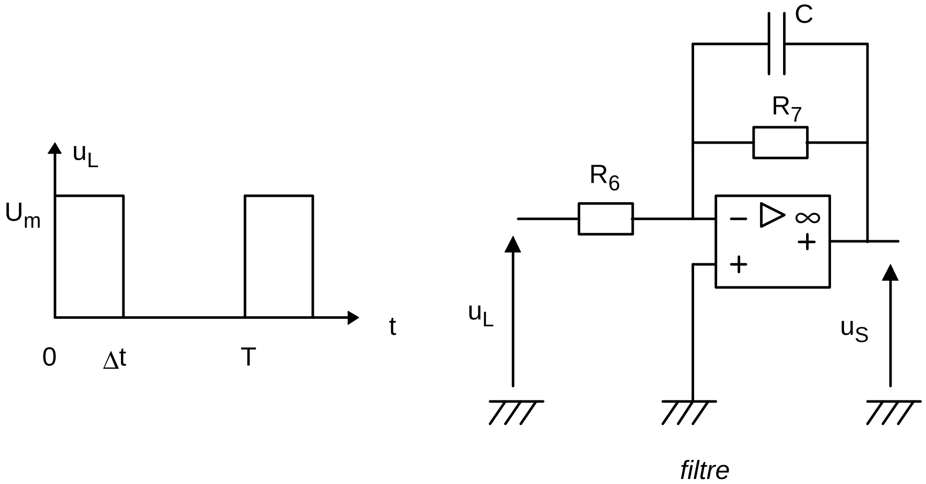

Figure 7 : Schéma du démodulateur

Cette tension périodique admet une décomposition en série de Fourier, on se limitera aux quatre premiers termes:

$$u_L(t) = U_{L0} + \hat{U}_{L1}\cos(2\pi f\,t + \varphi_1) + \hat{U}_{L2}\cos(4\pi f\,t + \varphi_2) + \hat{U}_{L3}\cos(6\pi f\,t + \varphi_3)$$

avec pour $n \geq 1$ $\quad \hat{U}_{Ln} = 2\,U_m \dfrac{\sin(\pi n \alpha)}{\pi n}$ $\quad$ et $\quad f = \dfrac{1}{T}$.

1) - Que représente le terme U_{L0}?

- Déterminer U_{L0} en fonction de Δt, T et U_m, puis en fonction de θ.

On prend maintenant et jusqu'à la fin du problème, θ *= 70 °C.*

- Calculer U_{L0} et α.

2) Calculer $\hat{U}_{L1}$, $\hat{U}_{L2}$, $\hat{U}_{L3}$ et esquisser le spectre en amplitude de u_L.

3) - Déterminer la transmittance du filtre $\underline{T}(j\omega) = \dfrac{\underline{U_S}}{\underline{U_L}}$ et la mettre sous la forme $\underline{T}(j\omega) = \dfrac{T_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_c}}$.

De quel type de filtre s'agit-il ? Donner l'expression de sa fréquence de coupure f_c en fonction de C et R_7.

- Donner l'allure du diagramme de Bode asymptotique du gain $G = 20 \log |T|$.

4) Quelle doit être la condition sur f_c pour que u_S soit une tension continue?

II. Démodulation d'amplitude cohérente

Une modulation d'amplitude a été obtenue par multiplication de la porteuse $v_p(t) = \cos(2\pi f_p\, t)$, f_p = 1,0 kHz avec le signal modulant $v_m(t) = \hat{V}_M \cos(2\pi f_m\, t)$, f_m = 200 Hz.

Le signal modulé a donc pour expression $v_e(t) = \hat{V}_M \cos(2\pi f_p\, t)\cos(2\pi f_m\, t)$ avec $\hat{V}_M = 5{,}0\text{V}$.

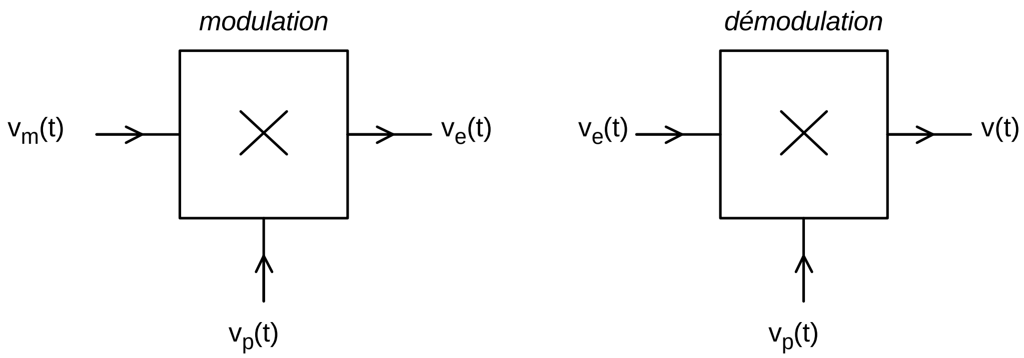

Figure 8 : schéma de principe de la modulation et de la démodulation

A. Principe de la démodulation

1) - Décomposer $v_e(t)$ en une somme de deux termes.

- Représenter le spectre de v_e (t).

2) A la réception on reconstitue la porteuse $v_p(t)$ et on la multiplie par $v_e(t)$ pour donner le signal v(t).

- Exprimer v(t) et le décomposer en une somme de trois termes. Représenter son spectre.
- Montrer qu'un filtre bien choisi auquel on applique la tension v(t) peut permettre de retrouver le signal modulant $v_m(t)$.

B. Regénération de la porteuse

Le dispositif qui permet, à la réception, de générer un signal en phase avec la porteuse s'appelle "boucle à verrouillage de phase". Son schéma de principe ainsi que son schéma fonctionnel sont décrits Figure 9.

Une boucle à verrouillage de phase réalise en fait un asservissement de phase : $\varphi_e(t)$ et $\varphi_s(t)$ sont les phases instantanées respectives des signaux $v_e(t)$ et $v_s(t)$. Leurs transformées de Laplace sont notées $\Phi_e(p)$ et $\Phi_s(p)$.

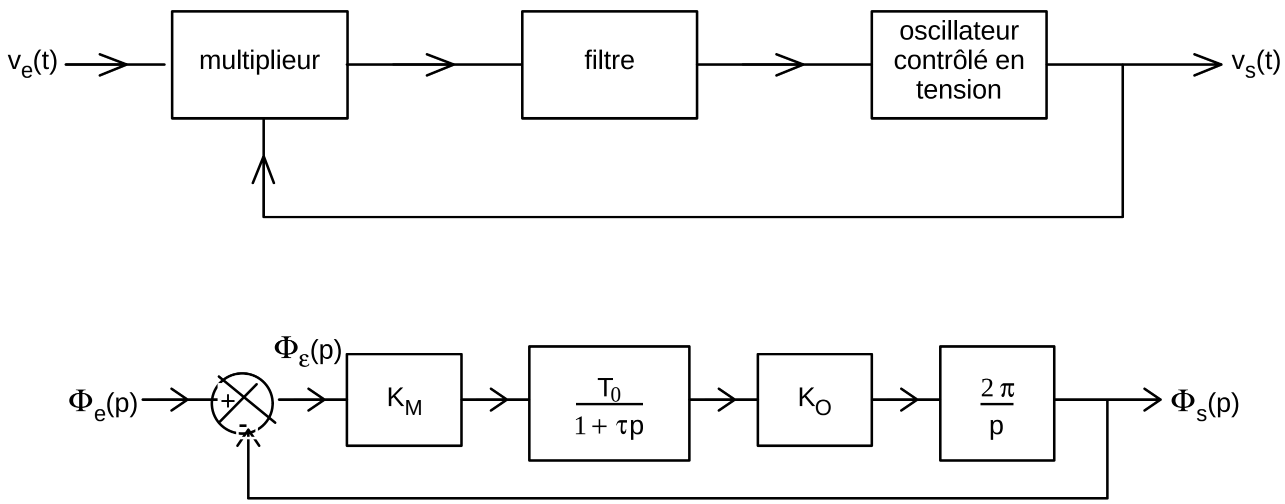

Figure 9 : Schéma d'une boucle à verrouillage de phase

1) Donner l'expression de la transmittancce en boucle ouverte $T_{BO}(p) = \dfrac{\Phi_s(p)}{\Phi_\varepsilon(p)}$.

2) - Montrer que la transmittance en boucle fermée $T_{BF}(p) = \dfrac{\Phi_s(p)}{\Phi_e(p)}$ s'écrit : $T_{BF}(p) = \dfrac{1}{1 + 2m\dfrac{p}{\omega_0} + \dfrac{p^2}{{\omega_0}^2}}$ -

Exprimer m et ω_0 en fonction de K_M, T_0, K_O et τ.

3) On donne $T_0 = 2{,}2$, $K_O = 5$ Hz.V^{-1} et $\tau = 0{,}1$ s.

Calculer K_M pour avoir un coefficient d'amortissement m = 0,45.

4) $\varphi_e(t)$ subit une variation brutale correspondant à un échelon d'amplitude Φ_0. On rappelle que sa transformée de Laplace s'écrit alors : $\Phi_e(p) = \dfrac{\Phi_0}{p}$

- Donner l'expression de $\Phi_s(p)$ puis déterminer $\lim\limits_{t \to \infty} \varphi_s(t)$. Ce résultat permet-il de vérifier que la phase de $v_s(t)$ suit celle de $v_e(t)$?

ANNEXE à rendre avec la copie

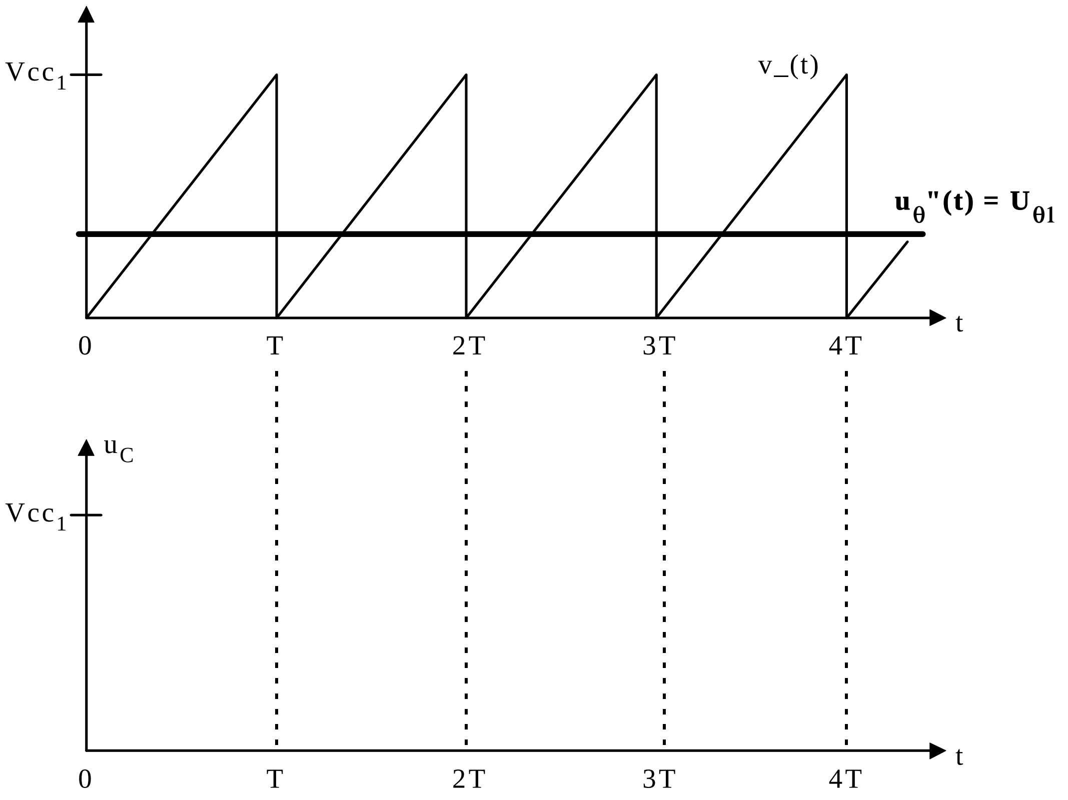

Figure 4 : choronogrammes de v_(t) et u_q *"(t)*

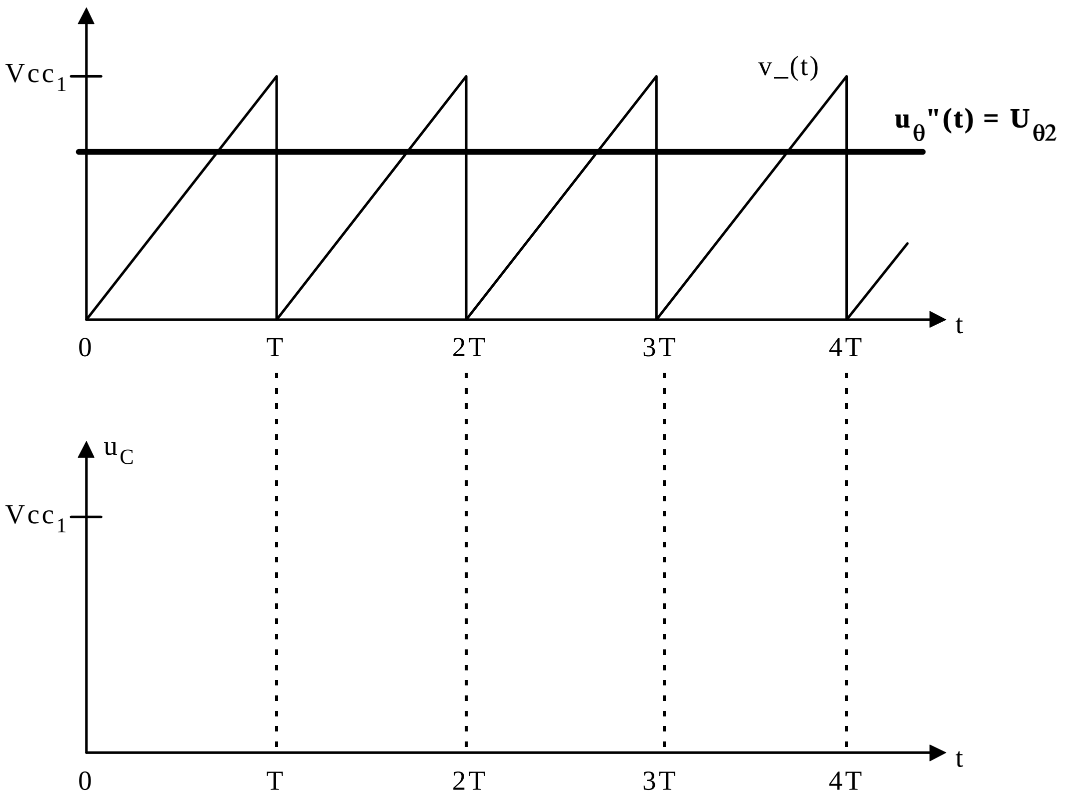

Figure 5 : choronogrammes de v_(t) et u_q *"(t)*

FORMULAIRE

Trigonométrie :

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b) + \cos(a-b)\right]$$

Théorème de la valeur finale :

Soit $f(t)$ une fonction dont la transformée de Laplace est notée $F(p)$:

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{|p|\to 0} pF(p)$$