Cours Thème VII.3 et 4

SYSTÈMES ASSERVIS ANALOGIQUES ET ECHANTILLONNÉS

I- RAPPELS SUR LES SYSTÈMES

1- Définitions

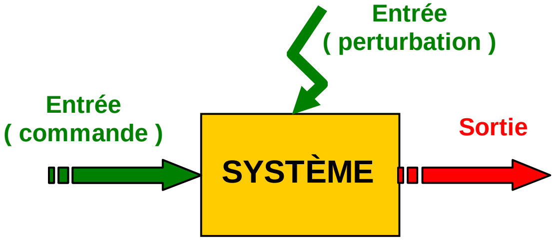
Un système est un ensemble de processus physique-chimiques en évolution.
Des **actions** sur le système (entrées) sont effectuées dans le but d'obtenir des **objectifs** donnés (sorties).

Les **signaux** relatifs à un système sont de deux types :

① Signaux d'entrées : ils sont indépendants du système et peuvent être commandables (consignes) ou non commandables (perturbations).

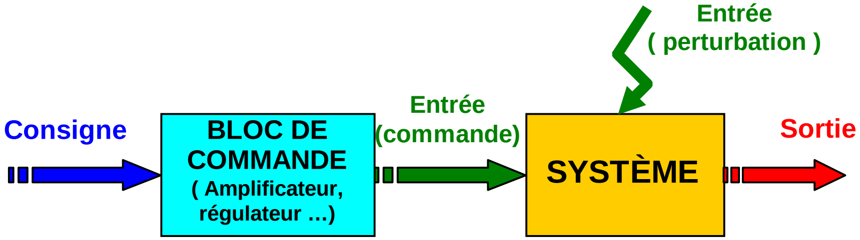
② Signaux de sorties : ils sont dépendants du système et du signal d'entrée. Pour évaluer les objectifs, ces signaux doivent être observables par utilisation de capteurs.

Le schéma ci-dessous illustre un système à une entrée de commande, une sortie et une entrée de perturbation :



2- Elaboration de la commande

Le schéma ci-dessous illustre l'organisation de la commande :



La consigne :

C'est une grandeur d'origine théorique qui peut se présenter sous deux formes :

① Signal analogique : par exemple la tension de sortie d'un potentiomètre.

② Information numérique : contenu d'une variable informatique, par exemple la variable *position* dans le cas d'une commande de position angulaire d'une antenne.

La bloc de commande :

C'est l'organe permettant de traduire la consigne en une grandeur de commande compatible avec le système.
C'est par exemple, un amplificateur suiveur de puissance pour la commande de vitesse d'un moteur à courant continu.

La commande :

C'est la grandeur susceptible de changer l'état du système et en particulier l'état de la sortie.

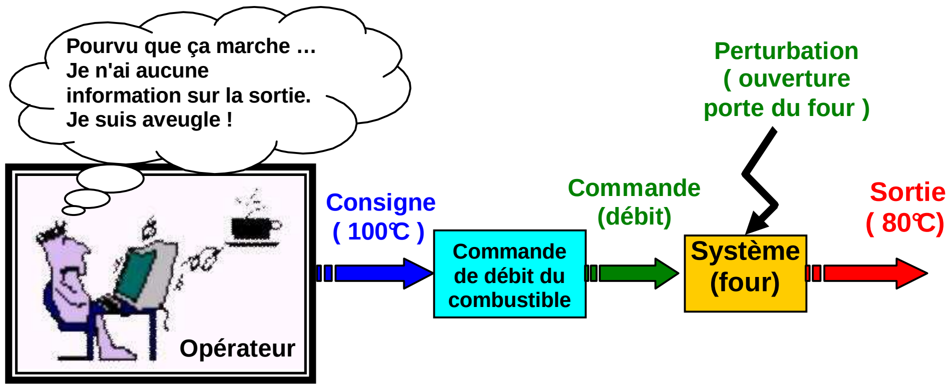
II- SYSTÈMES EN BOUCLE OUVERTE

1- Définition

Un système est en boucle ouverte lorsqu'on n'a aucune information sur la sortie.

2- Exemple

Prenons l'exemple du réglage de la température d'un four en agissant sur le débit du combustible assurant la production de chaleur (schéma ci-dessous) :



3- Inconvénients de la boucle ouverte

① Correction impossible : N'ayant aucune information sur la sortie, l'opérateur ne peut élaborer aucune stratégie d'ajustement pour obtenir la sortie désirée.

② Sensibilité aux perturbation : En admettant que la sortie soit conforme à la consigne; une perturbation peut, à un moment donné, affecter la sortie. L'opérateur "aveugle" ne pourra corriger cette situation.

4- Cas où la commande en boucle ouverte est possible

La commande en boucle ouverte est tout de même très utilisée dans des cas simples de systèmes stables avec une moindre exigence sur la sortie.

En voici quelques exemples :

① Moteurs électriques : Lorsqu'on utilise un moteur pour entraîner une charge, la commande est une source de tension et l'ensemble "moteur + charge" tourne, le plus souvent à vitesse constante.

② Four domestique : La commande d'un four domestique (non équipé d'un thermostat) se fait par un sélecteur rotatif et la température atteint une valeur stable.

③ Système d'arrosage : Pour un réseau d'arroseurs, l'ouverture simple de la vanne principale permet d'avoir un débit stable des arroseurs.

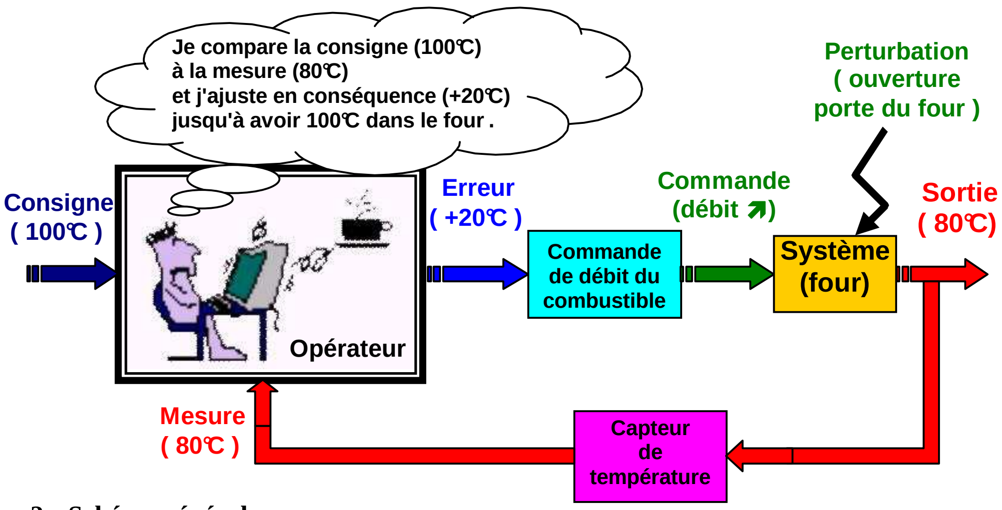
III- GÉNÉRALITÉS SUR LES SYSTÈMES ASSERVIS

1- Principe des systèmes asservis

Reprenons l'exemple de la commande en température d'un four.

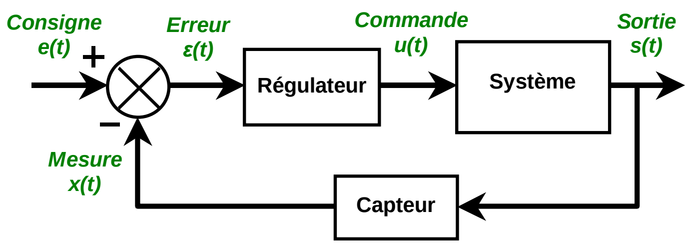
Nous allons donner une information supplémentaire à l'opérateur. Il s'agit de lui indiquer la température du four.
L'opérateur compare la température désirée (consigne) avec la température réelle (mesure) pour évaluer l'écart (erreur) et ajuster en conséquence (commande).

Le schéma suivant représente le système asservi :



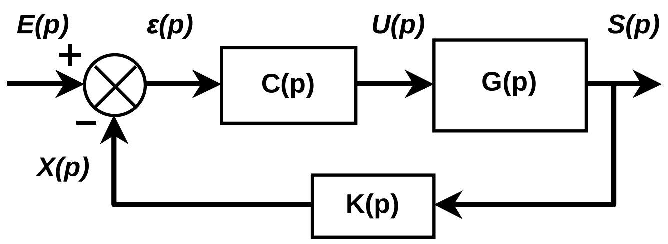
2- Schéma général

① Schéma "temporel"



② Schéma "isomorphe"

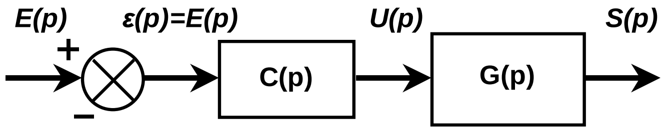
L'étude d'un système asservi est grandement simplifiée si on utilise les transmittances isomorphes pour chaque constituant.
Les signaux auront donc subit une transformation de Laplace.



3- Expression des transmittances

① **Chaîne directe**

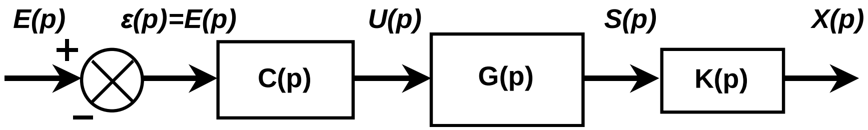
Si on ne prend pas en compte la chaîne de mesure (chaîne de retour), le schéma se réduit à celui de la figure ci-dessous :



On appelle **transmittance de la chaîne directe** , la grandeur $\boxed{T_{CD}(p) = C(p)G(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)}}$

② **Boucle ouverte**

Si on tient compte de la chaîne de mesure mais sans branchement au comparateur, on obtient le schéma représenté ci-dessous :



On appelle **transmittance de la boucle ouverte** , la grandeur :

$$\boxed{T_{BO}(p) = K(p)C(p)G(p) = \frac{X(p)}{E(p)}}.$$

③ **Boucle fermée**

Maintenant on prend le système asservi dans sa totalité (boucle fermée). Le schéma a déjà été décrit dans la partie **2-** ② Schéma "isomorphe".

Notons $\mathbf{T_{BF}(p)}$ la transmittance de la **boucle fermée** et exprimons là en fonction de K,C et G.

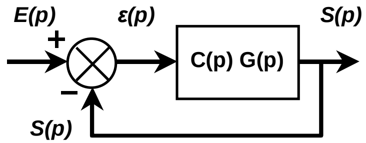
S(p) = ε(p)C(p)G(p)
S(p) = [E(p)-X(p)] C(p)G(p)
S(p) = [E(p)-K(p)S(p)] C(p)G(p)
S(p) [1+K(p)C(p)G(p)] = E(p)C(p)G(p)

$$\Rightarrow \quad \boxed{T_{BF}(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{C(p)G(p)}{1 + K(p)C(p)G(p)}}.$$

4- Cas particulier du retour unitaire

① **Définition**

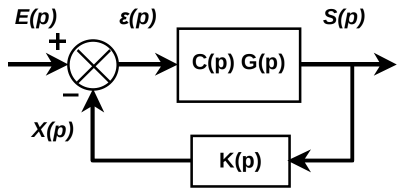
Un système est à retour unitaire si le capteur n'est pas représenté. Dans ce cas, la sortie S(p) à la même grandeur que la consigne E(p).
Le schéma se réduit à celui représenté ci-dessous K(p)=1:



L'expression de la transmittance en boucle fermé est : $\boxed{T_{BF}(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)} = \dfrac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)}}$.

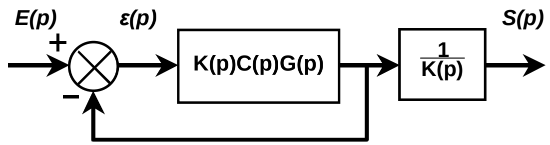
② **Transformation d'un cas général en "retour unitaire"**

■ Cas général :



$$\Rightarrow \quad T_{BF}(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{C(p)G(p)}{1 + K(p)C(p)G(p)}$$

■ Même processus mais avec retour unitaire :



$$\Rightarrow \quad T_{BF}(p) = \frac{K(p)C(p)G(p)}{1 + K(p)C(p)G(p)} \cdot \frac{1}{K(p)} = \frac{C(p)G(p)}{1 + K(p)C(p)G(p)}.$$

IV- STABILITÉ D'UN SYSTÈME ASSERVI

1- Définitions

- Définition ① : Un système physique est stable s'il retourne spontanément vers son état d'équilibre lorsqu'il en est écarté.
- Définition ② : Un système linéaire est stable si sa réponse impulsionnelle h(t) tend vers zéro lorsque $t \to +\infty$.
- Définition ③ : Un système linéaire de transmittance H(p) est stable si tous ses pôles sont à partie réelle strictement négative.

2- Critère Mathématique de stabilité

- Système du 1° ordre : $H(p) = \dfrac{H_0}{1+\tau p}$

$\boxed{\text{H(p) est stable si } \tau > 0}$.

⇒ Un système physique du 1° ordre sera toujours stable car il possède, en principe, une constante de temps τ strictement positive.

- Système du 2° ordre : $H(p) = \dfrac{H_0}{1 + \dfrac{2m}{\omega_0}p + \left(\dfrac{p}{\omega_0}\right)^2}$

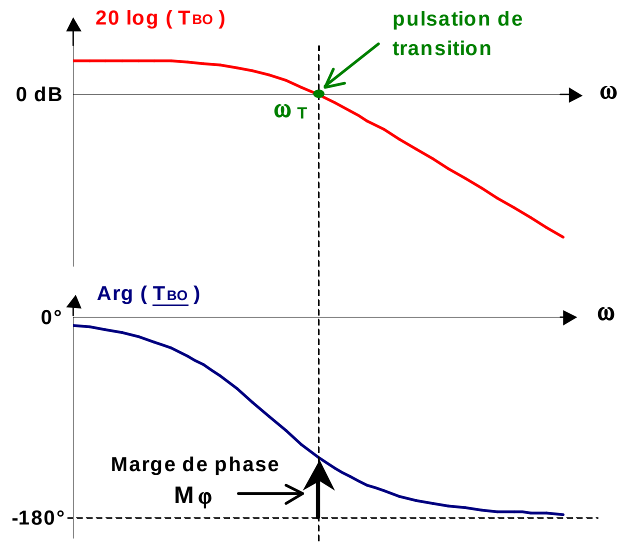
$\boxed{\text{H(p) est stable si } \begin{cases} \omega_0 > 0 \\ m > 0 \end{cases}}$.

⇒ Un système physique du 2° ordre sera toujours stable car il possède, en principe, des constantes m et ω_0 strictement positives.
Par contre, le système pourra tendre vers l'instabilité lorsque m se rapproche de zéro. La réponse du système sera du type " oscillations peu amorties " mais amorties quand même.

⇒ Un système caractérisé par m = 0 est un oscillateur et sa sortie sera de forme sinusoïdale.

3- Critère graphique de stabilité (plan de Bode)

On trace, dans la plan de Bode, le diagramme de la fonction de transfert de la boucle ouverte $T_{BO}(p) = K(p)\,C(p)\,G(p)$:



Le système devient instable lorsqu'il produit un déphasage de 180°, il y a alors inversion de signe et le comparateur va additionner la mesure au lieu de la soustraire à la consigne. Le système s'emballe et devient instable.

On définit donc la marge de phase Mφ : $\boxed{M\varphi = 180° - \arg[T_{BO}(j\omega_T)]}$.

La pulsation de transition ω_T correspond à T = 1 ou 20logT = 0.

Critère de stabilité : Pour obtenir une **stabilité suffisante**, on s'impose une marge de phase supérieure à 45° : $\boxed{M\varphi > 45° \Rightarrow \text{stabilité suffisante}}$.

Remarque :

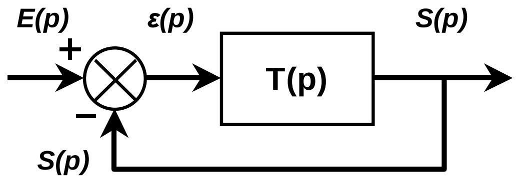
① La marge de phase d'un système dont la boucle ouverte est du 1°ordre avec gain statique positif aura toujours une marge de phase Mφ > 90° car un 1°ordre déphase au maximum de 90°.

② La marge de phase d'un système dont la boucle ouverte est du 2°ordre avec gain statique positif peut avoir une marge de phase Mφ < 45° car un 2°ordre déphase jusqu'à 180°.

V- PRÉCISION D'UN SYSTÈME ASSERVI

1- Définition

Soit un système asservi à retour unitaire :



ε (p) correspond à la transformée de Laplace du signal d'erreur ε(t) = e(t) – s(t).

On a $\varepsilon(p) = E(p) - T(p)\varepsilon(p)$

$\Rightarrow \varepsilon(p)\,[\,1 + T(p)\,] = E(p)$

$\Rightarrow \boxed{\varepsilon(p) = \dfrac{1}{1+T(p)}E(p)}$.

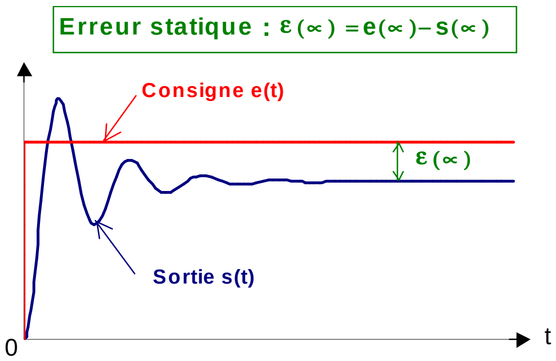
L'erreur en régime permanent ou "précision" est donné par :

$$\boxed{\varepsilon(+\infty) = \lim_{t\to+\infty}\left[e(t) - s(t)\right]}$$

ce qui donne : $\boxed{\varepsilon(+\infty) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} pE(p)\dfrac{1}{1+T(p)}}$.

2- Erreur statique

Lorsque la consigne est du type échelon, l'erreur ε(+∝) est appelée erreur statique ou erreur de position (voir schéma ci-dessous):



Annulation de l'erreur statique

L'annulation de l'erreur statique va dépendre de la présence de termes en $\frac{1}{p}$ (une intégration) dans la chaîne directe T(p) pour un système à retour unitaire.

Exemple 1 : Système du 1° ordre $T(p) = \dfrac{T_0}{1+\tau p}$

$$\varepsilon(+\infty) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} pE(p)\frac{1}{1+T(p)} = \lim_{p\to 0} p\frac{E}{p}\frac{1}{1+\dfrac{T_0}{1+\tau p}}$$

Soit $\varepsilon(+\infty) = \dfrac{E}{1+T_0}$.

⇒ L'erreur statique sera grande si T_0 est petit devant 1.

Exemple 2 : Système du 2° ordre $T(p) = \dfrac{T_0}{p(1+\tau p)}$ *(modèle simplifié du moteur CC)*

$$\varepsilon(+\infty) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} pE(p)\frac{1}{1+T(p)} = \lim_{p\to 0} p\frac{E}{p}\frac{1}{1+\dfrac{T_0}{p(1+\tau p)}}$$

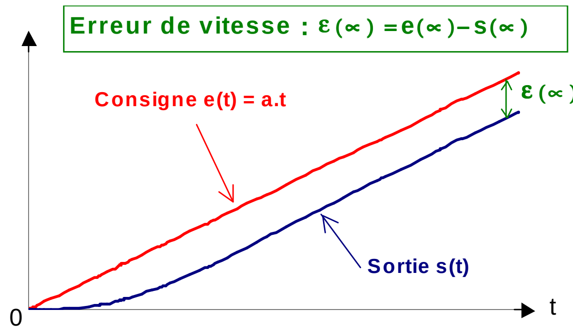
Soit $\varepsilon(+\infty) = 0$.

⇒ L'erreur statique sera nulle si le système en chaîne directe possède un terme en $\frac{1}{p}$.

Généralisation : Si le système en boucle ouverte possède un terme en $\frac{1}{p^n}$ avec n entier ≥ 1 alors l'erreur statique sera nulle (si $e(t) = E.\Gamma(t) \Rightarrow \varepsilon(+\infty) = 0$).

3- Erreur de vitesse

Lorsque la consigne est du type "rampe", l'erreur ε(+∝) est appelée erreur de vitesse ou erreur de traînage (voir schéma ci-dessous):



Annulation de l'erreur de vitesse

L'annulation de l'erreur de vitesse va dépendre de la présence de termes en $\frac{1}{p^2}$ (deux intégrations) dans la chaîne directe T(p) pour un système à retour unitaire.

Exemple 1 : Système du 2° ordre $T(p) = \frac{T_0}{p(1+\tau p)}$ *(modèle simplifié du moteur CC)*

$$\varepsilon(+\infty) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} pE(p)\frac{1}{1+T(p)} = \lim_{p\to 0} p\frac{a}{p^2}\frac{1}{1+\frac{T_0}{p(1+\tau p)}}$$

Soit $\varepsilon(+\infty) = \frac{a}{T_0}$.

$\Rightarrow$ L'erreur de vitesse sera proportionnelle à a et inversement proportionnelle à T_0.

Exemple 2 : Système du 3° ordre $T(p) = \frac{T_0}{p^2(1+\tau p)}$

$$\varepsilon(+\infty) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} pE(p)\frac{1}{1+T(p)} = \lim_{p\to 0} p\frac{a}{p^2}\frac{1}{1+\frac{T_0}{p^2(1+\tau p)}}$$

Soit $\varepsilon(+\infty) = 0$.

$\Rightarrow$ L'erreur de vitesse sera nulle si le système en chaîne directe possède un terme en $\frac{1}{p^2}$.

Généralisation : Si le système en boucle ouverte possède un terme en $\frac{1}{p^n}$ avec n entier ≥ 2 alors l'erreur de vitesse sera nulle (si e(t) = a.t $\Rightarrow \varepsilon(+\infty) = 0$).

Tableau récapitulatif :

	Pas d'intégration n = 0	Une intégration n = 1	Deux intégrations n = 2
Entrée échelon e(t) = E.Γ(t) Erreur de position ε (+∞)	$\frac{E}{1+T_0}$	0	0
Entrée rampe e(t) = a.t) Erreur de vitesse ε (+∞)	+ ∞	$\frac{a}{T_0}$	0

VI- RAPIDITÉ D'UN SYSTÈME ASSERVI

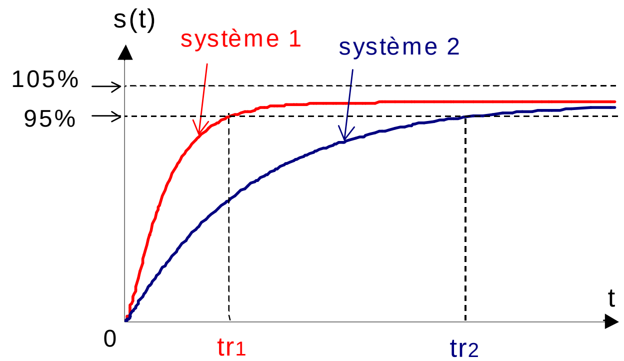
1- Définition

Un système est rapide si son temps de réponse est jugé satisfaisant.

Rappel : Le temps de réponse à 5% d'un système est le temps mis pour que sa sortie atteigne et reste dans l'intervalle [95% ; 105%] de la valeur finale stabilisée.

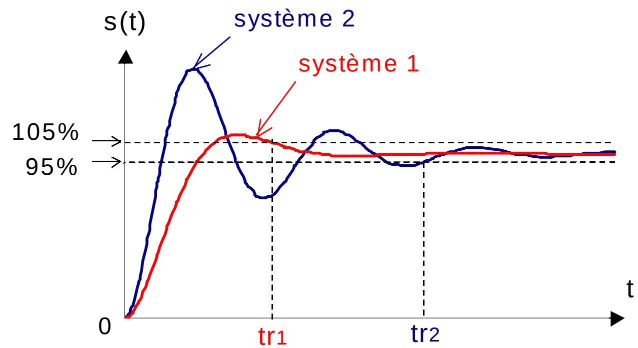
2- Exemple pour deux systèmes apériodiques

Dans l'exemple illustré ci-dessous, le système 1 est plus rapide que le système 2 :



3- Exemple pour deux systèmes oscillatoires

Dans l'exemple illustré ci-dessous, le système 1 est plus rapide que le système 2 :



Remarque : Dans l'exemple ci-dessus, le système 2 peut paraître plus rapide au départ mais son caractère trop oscillatoire lui donne un temps de réponse élevé.

VII- CORRECTIONS DES SYSTÈMES ASSERVIS

1- Défauts d'un système asservi

Lorsqu'on réalise l'asservissement d'un système, on peut faire apparaître les défauts suivants :

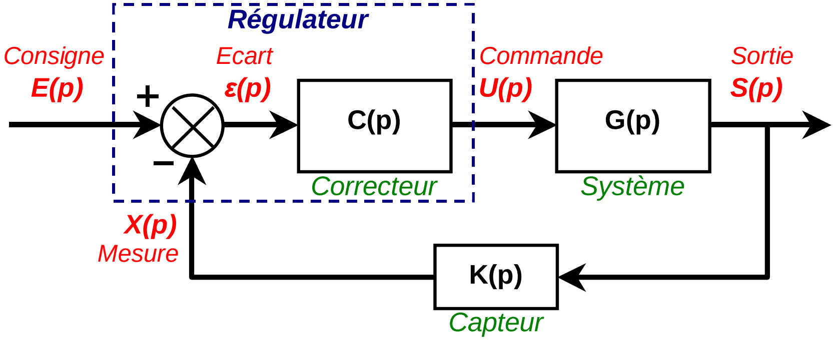
① Imprécision : l'erreur est trop grande.

② Lenteur : le système a un temps de réponse trop long.

③ Instabilité : la sortie peut devenir oscillatoire peu amortie voir même instable.

2- Mise en place d'un correcteur

On place un correcteur entre le bloc comparateur et le système pour corriger les défauts de l'asservissement :



3- Types de correcteurs (étude qualitative)

① Correcteur proportionnel **P**
→ Il **augmente** le gain du système et donc sa **rapidité** et sa **précision**.
→ Il peut rendre le système asservi **instable**.

② Correcteur proportionnel intégral **PI**
→ Il augmente le gain en basse fréquence sans déstabiliser le système asservi, il **améliore** donc la **précision**.
→ Il peut même **annuler l'erreur statique**.

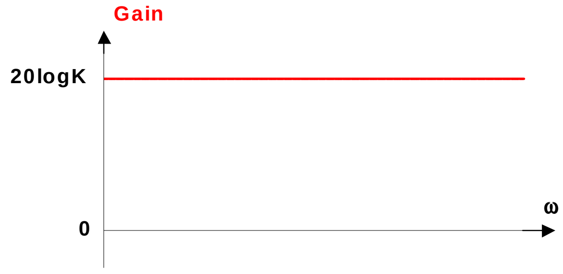
③ Correcteur proportionnel dérivé **PD**
→ Il **augmente la marge de phase et stabilise** le système asservi.
→ Il **peut** aussi **augmenter la rapidité**.

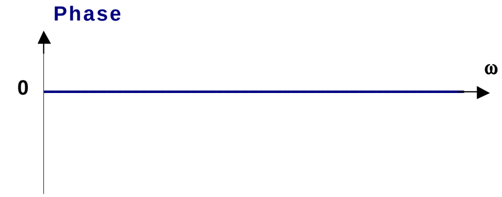
④ Correcteur proportionnel intégral et dérivé **PID**
→ Il combine l'action des correcteurs précédents pour améliorer les performances globales du système asservi.

4- Transmittances des correcteurs

① Correcteur **P** (proportionnel)

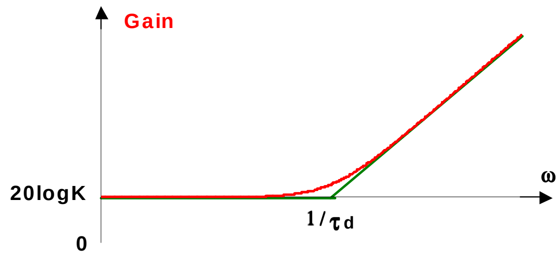
$$\boxed{C(p) = K}$$

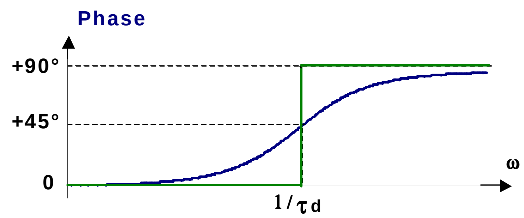




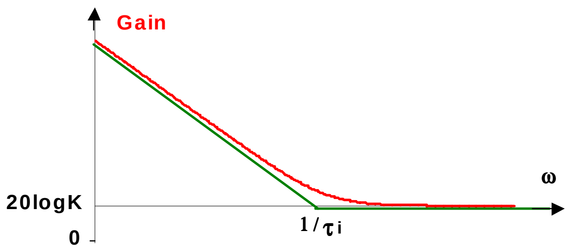
② Correcteur **PD** (proportionnel dérivé)

$$\boxed{C(p) = K(1 + \tau_d p)}$$

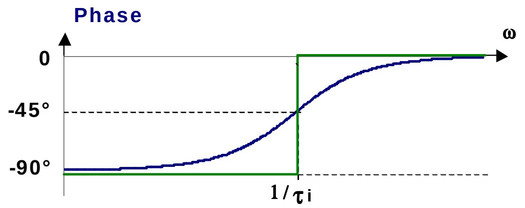




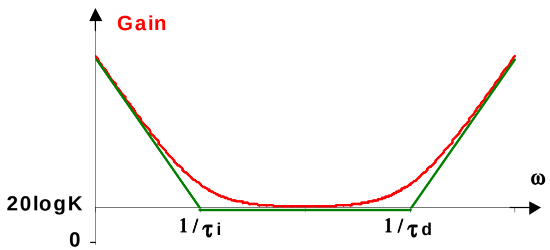
③ Correcteur **PI** (proportionnel intégral)



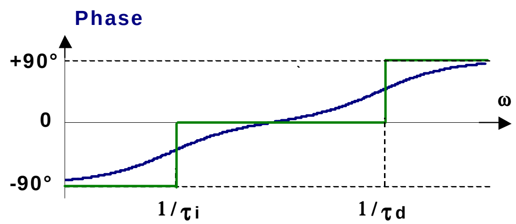
$$C(p) = K\left(1 + \frac{1}{\tau_i p}\right)$$



④ Correcteur **PID** (proportionnel intégral et dérivé)



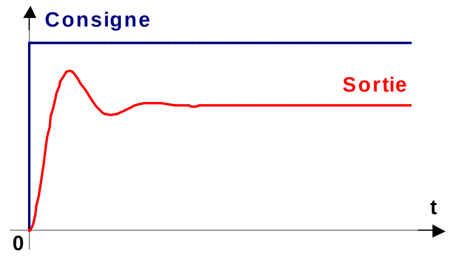
$$C(p) = K\left(1 + \tau_d p + \frac{1}{\tau_i p}\right)$$



5- Action des correcteurs sur la réponse indicielle

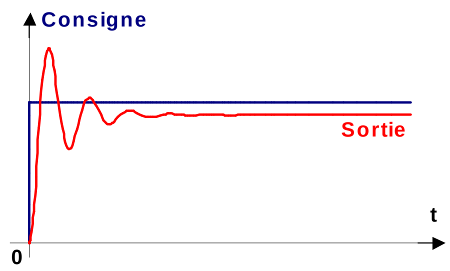
① Sans correcteur

→ stabilité insuffisante
→ erreur statique importante
→ temps de réponse élevé



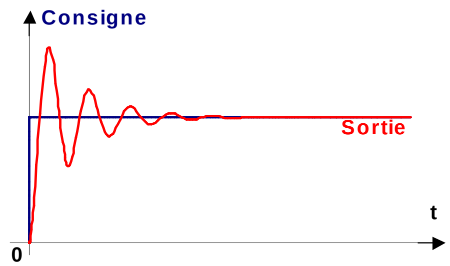
② Avec correcteur P

→ diminution de l'erreur statique
→ augmentation de l'instabilité
→ temps de réponse élevé



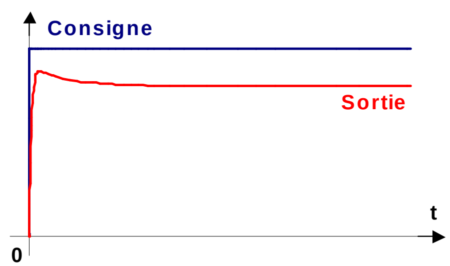
③ Avec correcteur PI

→ annulation de l'erreur statique
→ stabilité insuffisante
→ temps de réponse élevé



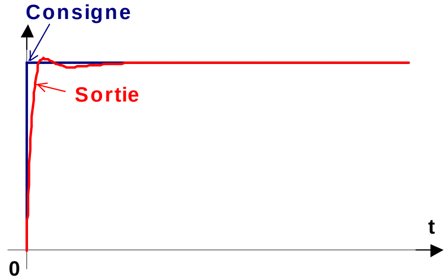
④ Avec correcteur PD

→ amélioration de la rapidité
→ stabilité suffisante
→ erreur statique toujours présente



⑤ Avec correcteur PID

→ amélioration de la rapidité
→ stabilité suffisante
→ annulation de l'erreur statique.



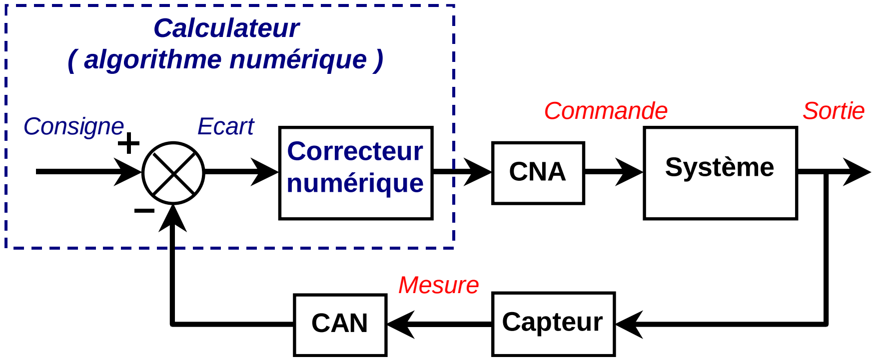
VIII- INTRODUCTION AUX ASSERVISSEMENTS NUMÉRIQUES LINÉAIRES

1- Généralités

Dans un système asservi numérique (on dit aussi "système asservi échantillonné"), les grandeurs suivantes sont de type numérique :

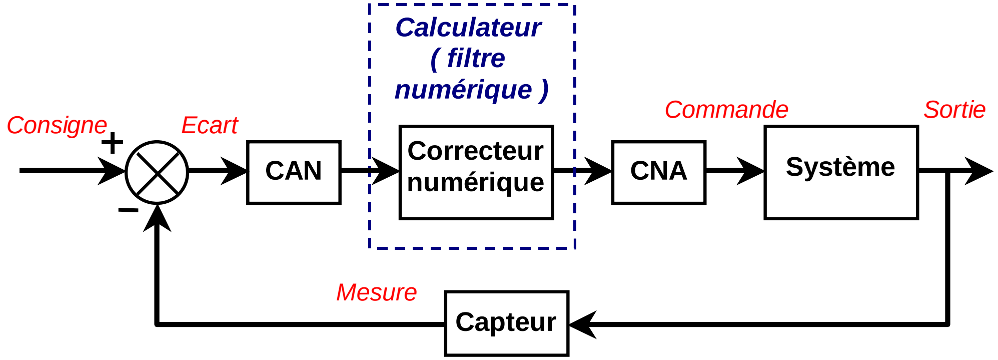
- la consigne : elle peut être contenue numériquement dans un tableau (signal numérique)
- le comparateur : c'est l'opération de soustraction qui est réalisée numériquement
- le correcteur : c'est un algorithme de même type que pour un filtre numérique.

Le CNA transforme la commande numérique en commande analogique.
Le CAN transforme la mesure analogique (sortie capteur) en mesure numérique.



Remarque :

Dans certains cas, seul le correcteur est numérique. La consigne et l'opération comparaison sont alors de type analogique (voir schéma ci-dessous).



2- Exemple d'un asservissement numérique de vitesse

L'exemple ci-dessous représente la régulation numérique de la vitesse d'un moteur à courant continu alimenté par un hacheur :