Cours Thème II

ANALYSE DU SIGNAL

I- PROPRIÉTÉS TEMPORELLES DU SIGNAL

1- Généralités

La plupart des grandeurs physiques sont variables au cours du temps.

Donnons quelques exemples :

- la pression atmosphérique (P en mbar) mesurée sur plusieurs jours,
- l'éclairement (E en lux) dû au soleil sur une journée,
- la tension électrique fournie par EDF en quelques millisecondes,
- les champs électrique et magnétique produits par un four "micro-ondes" mesuré en quelques nanosecondes.

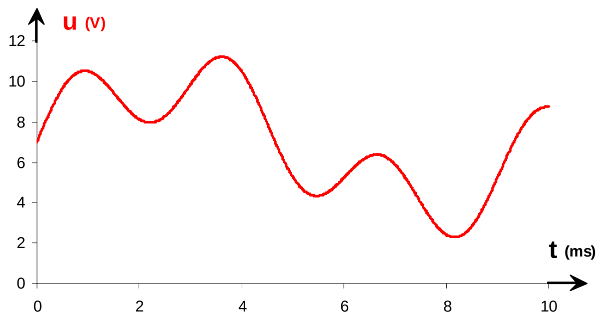
Les grandeurs variables **dépendent du temps**, on les notera en **lettres minuscules**.
Par exemple on notera que le courant i = 20 mA à l'instant t = 80 µs; il s'agit de la valeur instantanée du courant (à un instant précis).

La grandeur variable sera représentée sur l'ordonnée d'un graphique dont l'abscisse est le temps.

Exemple :

Le graphique ci-contre représente une tension dont les variations ont été enregistrées durant 10 ms :

Les unités, les échelles et les graduations doivent être précisées pour pouvoir exploiter l'enregistrement.



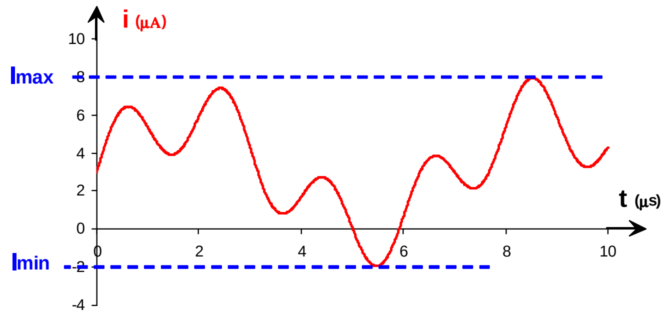
2- Signal quelconque

C'est un signal qui ne ne possède aucune propriété particulière. Cependant, quelques caractéristiques peuvent être définies (**valeur maximale** et **valeur minimale**).
Prenons, par exemple, la visualisation du courant électrique traversant une antenne radio :

On mesure :

$I_{max} = 8\mu A$

$I_{min} = -2\mu A$



3- Signal périodique

■ **La période**

Beaucoup de grandeurs ont des variations qui se reproduisent identiquement entre deux instants consécutifs.

Définition : On définira la période, en secondes, d'une grandeur périodique s(t) comme la plus petite durée T vérifiant la relation : $s(t + T) = s(t)$.

Remarque : L'étude d'un signal périodique pourra donc se faire sur une seule période.

■ **La fréquence**

Définition : La fréquence F, exprimée en Hertz (Hz), d'une grandeur périodique est le nombre de périodes contenues dans une durée égale à une seconde.

En une seconde, on aura F périodes de durée T donc F.T = 1s ce qui donne :

$$\boxed{F = \frac{1}{T}}$$ avec F en Hertz (Hz) et T en secondes (s) .

Les multiples pour l'unité de fréquence sont :

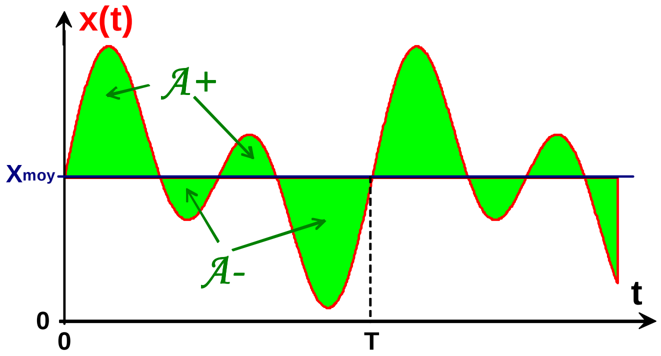
Le kilohertz :	1 kHz = 10^3 Hz	(T=1ms).
Le mégahertz :	1 MHz = 10^6 Hz	(T=1µs).
Le gigahertz :	1 GHz = 10^9 Hz	(T=1ns).
Le térahertz :	1 THz = 10^{12} Hz	(T=1ps)

On peut citer quelques fréquences utilisées en électricité et électronique :

Réseau EDF :	f = 50 Hz (T = 0,02 s ou 20ms).
France Inter en grandes ondes :	f = 162 kHz.
Bande radio FM :	de 88 MHz à 108 MHz.
Téléphone cellulaire :	900 MHz et 1,8 GHz.

■ La valeur moyenne

Prenons le graphique ci-dessous (variation d'une grandeur **x**) et essayons d'ajuster une droite horizontale (tension continue) qui représenterait la moyenne $\mathbf{X_{moy}}$ des valeurs prises par la grandeur variable **x(t)**.



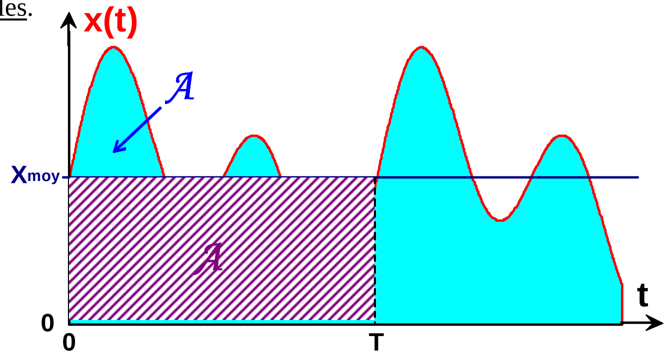
On peut définir deux surfaces :

① La surface $\mathcal{A}$+ entre la courbe **x(t)** et la droite $\mathbf{X_{moy}}$ (partie supérieure à la droite);

② La surface $\mathcal{A}$- entre la courbe **x(t)** et la droite $\mathbf{X_{moy}}$ (partie inférieure à la droite).

La droite $\mathbf{X_{moy}}$ a pour ordonnée la valeur moyenne des valeurs de **x(t)** <u>ce qui implique que les surfaces $\mathcal{A}$+ et $\mathcal{A}$- sont égales</u>.

A l'aide du schéma ci-contre, définissons la surface $\mathcal{A}$ entre la courbe **x(t)** et l'axe des abscisses.



Le fait que $\mathcal{A}+ = \mathcal{A}-$ implique que la surface $\mathcal{A}$ est aussi égale à la surface du rectangle de largeur **T** et de hauteur $\mathbf{X_{moy}}$.

On a donc $\mathcal{A} = \mathbf{X_{moy}}.\mathbf{T}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{X_{moy}} = \frac{\mathcal{A}}{\mathbf{T}}}$.

<u>Définition</u> : La valeur moyenne d'une grandeur périodique **x(t)** de période **T** est la tension constante $\mathbf{X_{moy}}$ définie par la relation : $\mathbf{X_{moy}} = \frac{\mathcal{A}}{\mathbf{T}}$ avec $\mathcal{A}$ surface entre la courbe **x(t)** et l'axe des abscisses.

<u>Méthode de calcul</u> : ① Calcul de la surface $\mathcal{A}$ en faisant la somme algébrique de toutes les surfaces pour une période **T** (si la courbe est en dessous de l'axe, la surface sera négative).

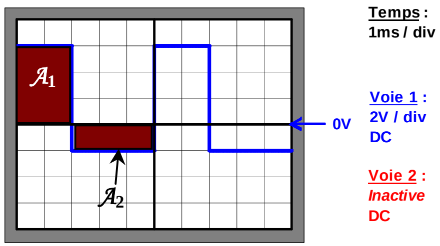
② Finir par le calcul $X_{moy} = \frac{\mathcal{A}}{T}$.

<u>Remarque</u> : Le calcul de la surface peut aussi se faire à l'aide d'un intégrale mathématique.

Ce qui donne la relation : $\boxed{X_{moy} = <x(t)> = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)dt}$

<u>Exemple de calcul pour une tension</u> :

Calculons la valeur moyenne de la tension u(t) représentée sur l'oscillogramme ci-contre :



$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$

$= (3\times2) \times (2\times1.10^{-3}) + (-1\times2) \times (3\times1.10^{-3})$

$= 12.10^{-3} - 6.10^{-3} = \mathbf{6.10^{-3}\ V.s}$

$< v_1 > = \frac{\mathcal{A}}{T} = \frac{6.10^{-3}}{5\times1.10^{-3}}$ **= 1,2 V**.

<u>Remarques</u> : ① Une grandeur ayant une **valeur moyenne nulle** est appelée **grandeur alternative**.

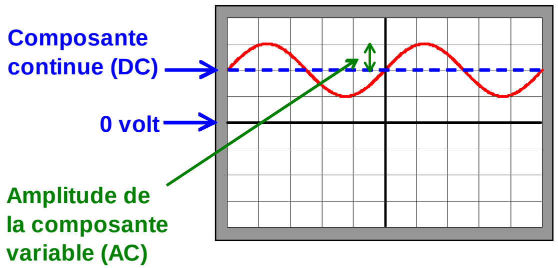
② La valeur moyenne est aussi appelée "**Composante continue**".

③ La valeur moyenne d'une grandeur **x** se note aussi **< x >** .

Composante continue et composante variable

En électronique, on rencontre souvent des signaux ayant une valeur moyenne non nulle (composante continue) et une composante variable alternative autour de la valeur moyenne.

Prenons, par exemple, le cas d'une tension u(t) observée à l'oscilloscope :



Dans la suite du cours, on notera U_{moy} la valeur moyenne (composante continue) et u_{ond} la tension variable alternative.
On a alors la relation : $u(t) = U_{moy} + u_{ond}$.

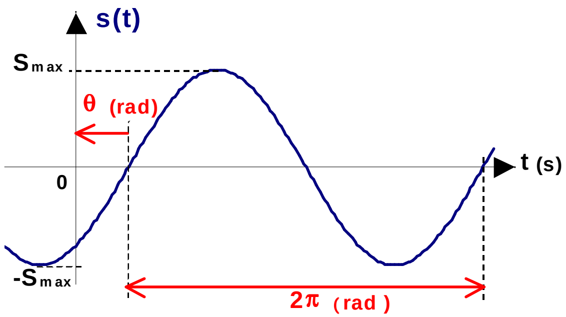
4- Signal alternatif sinusoïdal

a- Expression temporelle

Une grandeur sinusoïdale **s(t)** est représenté par l'expression :

$$\boxed{s(t) = S_{max} \sin(\omega t + \theta)}$$

- S_{max} est l'amplitude (le signal varie de $+S_{max}$ à $-S_{max}$)
- t est la variable représentant le temps en seconde
- ω est la pulsion en rad.s^{-1}
- θ est la phase à l'origine en radian (compatible avec ωt en radian).



① Amplitude : L'amplitude S_{max} est la valeur maximale du signal qui va donc varier de $+S_{max}$ à $-S_{max}$.

② Pulsation : La pulsation représente l'angle ω parcouru par la sinusoïde durant une seconde.
La fréquence f représente le nombre de périodes effectuées durant une seconde. Sachant qu'**une période T** représente un **angle de 2π rad**, les relations entre ω, f et T sont :

$$\boxed{\omega = 2\pi f} \qquad \text{Hz}$$

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \qquad \text{rad.s}^{-1} \quad \text{s}$$

b- Représentation par vecteur de Fresnel

Pour un circuit linéaire, les deux grandeurs intéressantes en régime sinusoïdal sont **la valeur efficace** et **la phase à l'origine**.
Nous allons voir qu'il est possible de représenter ces deux grandeurs à l'aide d'un vecteur et d'un axe Ox comme repère de référence.

Définition : Le vecteur $\vec{U}$ associé au signal sinusoïdal u(t) est appelé vecteur de Fresnel et a les propriétés suivantes :

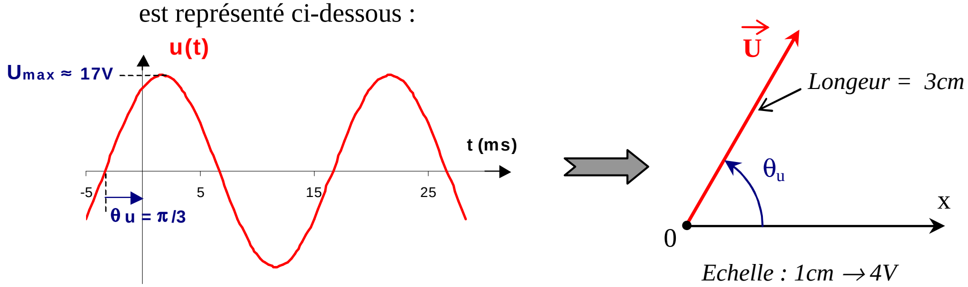
① Son origine est le point 0.

② L'angle orienté $(\vec{Ox}, \vec{U})$ qu'il fait avec l'axe de référence Ox est égal à la phase à l'origine θ_U de u(t)

③ Sa longueur (norme) représente la valeur efficace U de u(t) soit $\frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$.

Remarque :La valeur efficace sera définie dans la suite du cours.

Exemple : Soit la tension $u(t) = 12\sqrt{2}\sin(100\pi t + \pi/3)$, le vecteur de Fresnel $\vec{U}$ associé est représenté ci-dessous :



c- Représentation par nombre complexe

Un nombre complexe peut avoir une représentation vectorielle dans laquelle la longueur et l'angle représentent respectivement le module et l'argument du nombre complexe représenté.

Rappel de Mathématiques

Le nombre complexe **z = a + jb** est composé d'une partie réelle **a** et d'une partie imaginaire **b**.

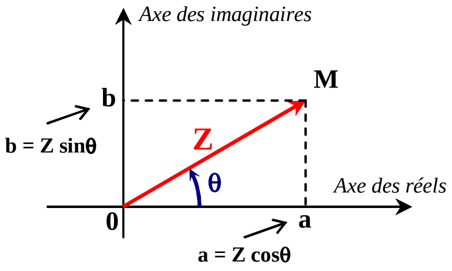
La représentation vectorielle $\overrightarrow{OM}$ du nombre complexe permet d'illustrer ses propriétés :

Représentation cartésienne : $z = a + jb$

Représentation polaire : $z = (Z, \theta)$

Avec module $\rightarrow Z = \sqrt{a^2 + b^2}$

et argument $\rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{b}{a}$ si $a > 0$.



Définition : Le nombre complexe $\underline{U} = (U, \theta_U)$ associé au signal sinusoïdal u(t) a les propriétés suivantes :

① Son module U représente la valeur efficace de u(t) soit $\frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$.

Remarque :La valeur efficace sera définie dans la suite du cours.

② Son argument θ_U représente la phase à l'origine de u(t).

Exemple : Prenons par exemple le courant sinusoïdal $i(t) = 5\sqrt{2}\sin(\omega t - 3\pi/4)$ (A).

Le nombre complexe $\underline{I}$ associé à i(t) est :

① $\underline{I} = [\,5, -3\pi/4\,]$ (A) *(représentation polaire).*

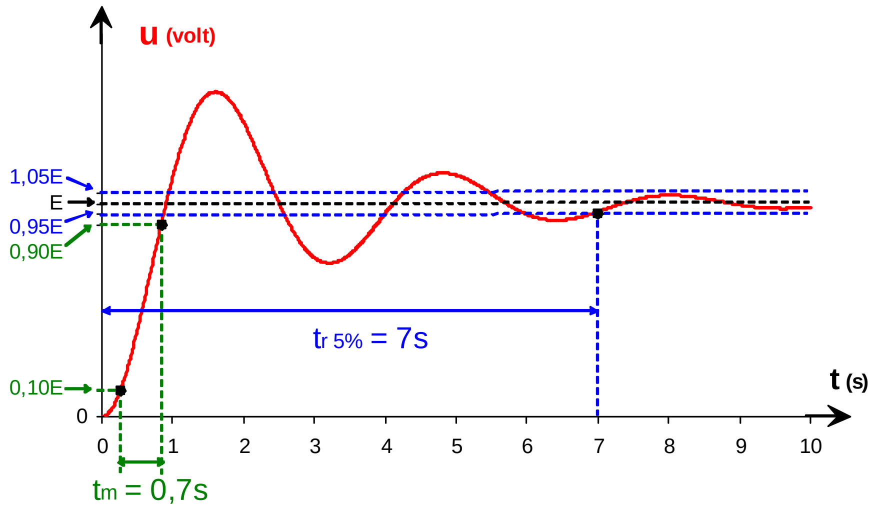
② $\underline{I} = 5\cos(-3\pi/4) + j5\sin(-3\pi/4)$

$\underline{I} \approx -3{,}54 - j3{,}54$ (A) *(représentation cartésienne).*

5- Signal de type "réponse d'un système"

Dans de nombreux domaines (mécanique, électrique, hydraulique ...), le signal en sortie d'un système est souvent de type "oscillant amorti".

Prenons l'exemple de la tension aux bornes du condensateur dans un circuit RLC série soumis à une tension continue E (chronogramme ci-dessous) :



Pour ce type de signal, on peut définir quelques caractéristiques :

① Valeur finale : Valeur que prend le signal au bout d'un temps infini. Dans notre exemple : Valeur finale = $\lim_{t\to\infty} u(t) = E$.

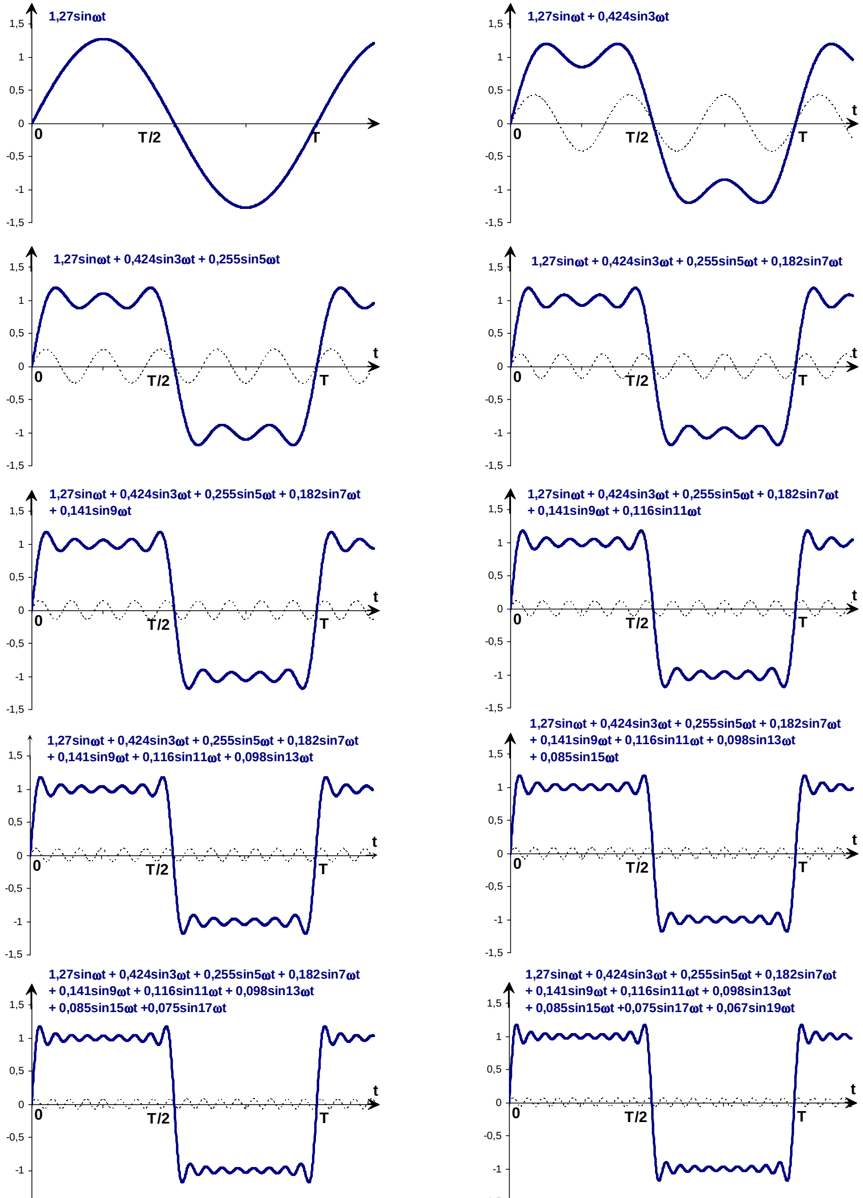
② Temps de réponse à 5% : Temps que met le signal pour être compris entre 95% et 105% de la valeur finale. Dans l'exemple : $t_{r\,5\%} \approx 7s$.

③ Temps de montée : Temps que met le signal pour passer de 10% à 90% de la valeur finale. Dans l'exemple : $t_m \approx 0{,}7s$.

II- PROPRIÉTÉS FRÉQUENTIELLES DU SIGNAL

1- Introduction

Utilisons un logiciel tableur-grapheur pour effectuer la somme de plusieurs signaux sinusoïdaux d'amplitude et de fréquence donnée :



■ Observation : La somme de signaux sinusoïdaux de fréquences multiples (ω, 3ω, 5ω ...) et d'amplitudes définies par avance semble donner un signal carré s(t) alternatif -1V / +1V de fréquence égale à celle de la 1° sinusoïde (ω).

2- Décomposition en série de Fourier

a- Énoncé : Un signal périodique **s(t)** de période **T** peut être décomposé en une somme comprenant :

① un terme constant $\mathbf{S_0}$ (valeur moyenne ou composante continue),
② un terme sinusoïdal de fréquence **f = 1/T** appelé **fondamental** ou **1° harmonique,**
③ une suite de termes sinusoïdaux de fréquence **multiple de f** appelés **harmoniques**.

b- Expression Mathématique :

$$\boxed{s(t) = S_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t\right)}$$

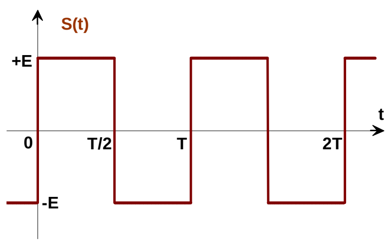
avec : $S_0 = \dfrac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)dt$ (valeur moyenne).

$$\left.\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\cos n\omega t.dt \\ b_n &= \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\sin n\omega t.dt \end{aligned}\right\} \textit{Pour information}$$

Remarque : La détermination, par le calcul intégral, des termes a_n et b_n n'est pas au programme en Physique Appliquée.

3- Décomposition de signaux simples

■ Signal carré d'amplitude E (variant de -E à +E) :

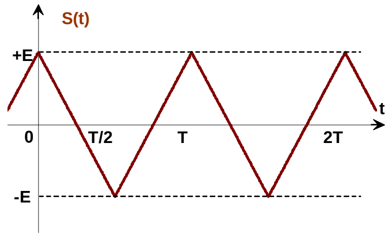


On montre que :

$$s(t) = \frac{4E}{\pi}\left[\sin \omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + ...\right].$$

avec $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$.

■ Signal triangulaire d'amplitude E (variant de -E à +E) :



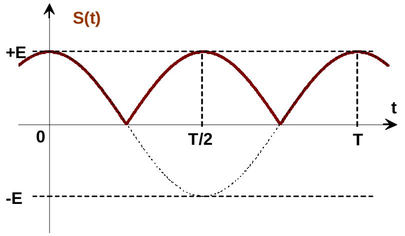
On montre que :

$$s(t) = \frac{8E}{\pi^2}\left[\cos\omega t + \frac{1}{3^2}\cos 3\omega t + \frac{1}{5^2}\cos 5\omega t + \ldots\right].$$

avec $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$.

■ Signal sinusoïdal redressé "double alternance" d'amplitude E (variant de 0 à +E) :

On montre que : $$s(t) = \frac{2E}{\pi} + \frac{4E}{\pi}\left[\frac{1}{1\times 3}\cos 2\omega t - \frac{1}{3\times 5}\cos 4\omega t + \frac{1}{5\times 7}\cos 6\omega t - \ldots\right].$$

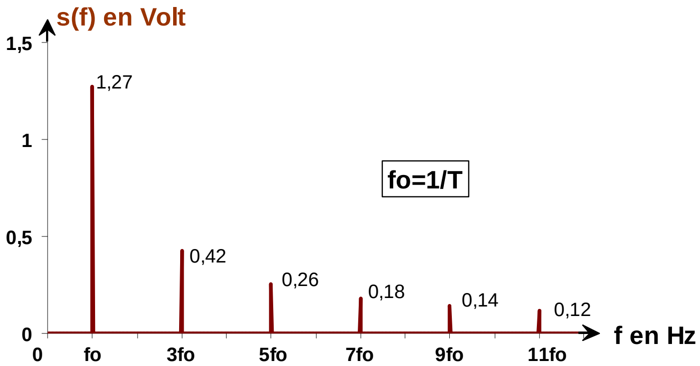


avec $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$.

4- Spectre en amplitude du signal

Reprenons le signal carré s(t) alternatif -1V / +1V vu en introduction et essayons de trouver une représentation graphique montrant les amplitudes et les fréquences des composantes sinusoïdales.

L'idée est de placer **les amplitudes en ordonnée** et **les fréquences en abscisse**, le signal se nomme maintenant s(f) :

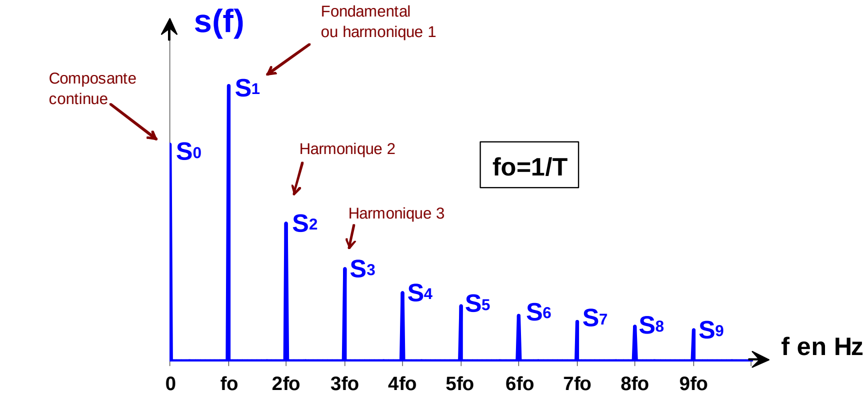


a- Énoncé : Le spectre **s(f)** d'un signal **s(t)** est une représentation graphique montrant **l'amplitude** et **la fréquence** respective de chaque constituante du signal (valeur moyenne, fondamental et harmoniques).
Les amplitudes sont portées en ordonnées et les fréquences en abscisses.

b- Représentation graphique générale :

Le graphe ci-dessous représente le spectre en amplitude **s(f)** du signal général **s(t)** suivant :

$$s(t) = S_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t\right) \quad \text{en posant} \quad S_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \text{et} \quad f_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$$

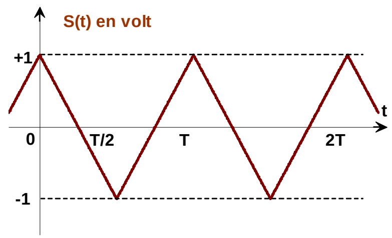


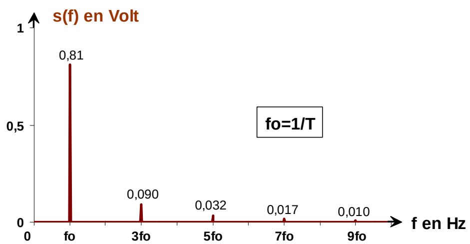
Remarque : Dans de nombreux cas, la décomposition se limite à une somme de "sinus" ou une somme de "cosinus".
On a alors $S_n = a_n$ dans le cas "cosinus" ou $S_n = b_n$ dans le cas "sinus".

c- Retour au deux autres exemples de signaux :

■ Signal triangulaire alternatif d'amplitude 1V (variant de -1V à +1V) :

$$s(t) = \frac{8\times 1}{\pi^2}\cos\omega t + \frac{8\times 1}{(3\pi)^2}\cos 3\omega t + \frac{8\times 1}{(5\pi)^2}\cos 5\omega t + \ldots \qquad \text{avec } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f .$$

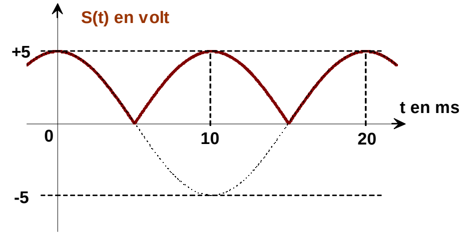


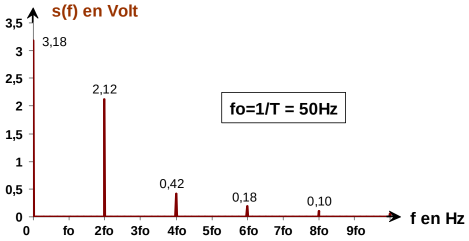


Les harmoniques de rang supérieur ou égal à 3 ont une amplitude faible par rapport au fondamental. On dit que ce signal possède peut d'harmonique.

■ Signal sinusoïdal redressé "double alternance" d'amplitude 5V (variant de 0V à +5V) et de fréquence f_0 = 50Hz :

On montre que : $$s(t) = \frac{2\times 5}{\pi} + \frac{4\times 5}{1\times 3\times \pi}\cos 2\omega t - \frac{4\times 5}{3\times 5\times \pi}\cos 4\omega t + \frac{4\times 5}{5\times 7\times \pi}\cos 6\omega t - \dots$$



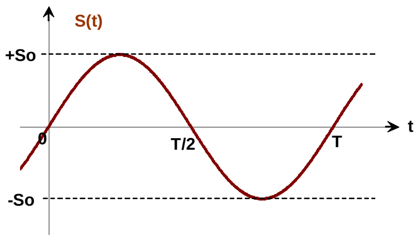


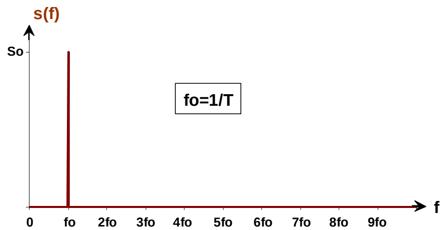
Ce signal possède une composante continue (valeur moyenne). De plus la fréquence du fondamental est égale à $2f_0$ car la fréquence du signal redressé est doublée par rapport au signal sinusoïdal d'origine.

5- Distorsion harmonique

a- Spectre d'un signal sinusoïdal "pur"

Un signal de type $s(t) = S_0 \sin \omega t$ n'est composé que d'une seule composante sinusoïdale. Son spectre ne sera donc composé que d'une seule raie à la fréquence $f_0 = \omega / 2\pi$:





Définition 1 : Lorsqu'un signal est de type "sinusoïdal pur", il n'est composé que d'un harmonique "fondamental".
On dira qu'il n'a pas de **distorsion harmonique**.

b- Taux de distorsion harmonique

Pour évaluer le rapport entre les amplitudes des harmoniques et l'amplitude du fondamental, on introduit le taux de distorsion harmonique **D**.

Définition 2 : Le taux de distorsion harmonique D d'un signal se détermine en fonction des amplitudes $\mathbf{S_n}$ de ses composantes sinusoïdales :

$$\boxed{D = \frac{S_2^2 + S_3^2 + S_4^2 + S_5^2 + \dots}{S_1^2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{D_{\%} = \frac{S_2^2 + S_3^2 + S_4^2 + S_5^2 + \dots}{S_1^2} \times 100}$$

Remarques : Pour un signal sinusoïdal "pur" → D = 0.
Le taux de distorsion harmonique d'un signal carré est plus élevé que pour un signal triangulaire.
Plus le taux de distorsion est faible, plus le signal se rapproche d'une sinusoïde "pure".

Application : Dans le domaine "audio", pour mesurer la qualité d'un amplificateur, on met à son entrée un signal sinusoïdal "pur" et on analyse le signal en sortie.
L'appareil branché en sortie est un distorsiomètre qui mesure le taux de distorsion.
⇒ Plus le taux de distorsion est faible, plus l'amplificateur est de bonne qualité (ampli. linéaire).

Pour terminer cette partie de cours sur l'analyse fréquentielle du signal, citons quelques dispositifs (étudiés plus tard) qui produisent en sortie, une modification du spectre du signal d'entrée :

① Les filtres : Ils modifient l'amplitude des harmoniques de façons différentes suivant la fréquence. Les filtres seront étudiés dans un prochain chapitre.

② Les modulateurs : Pour la transmission des signaux, il est nécessaire de moduler le signal porteur "haute fréquence" par le signal à transmettre "basse fréquence".
Cette opération modifie radicalement le spectre du signal porteur.

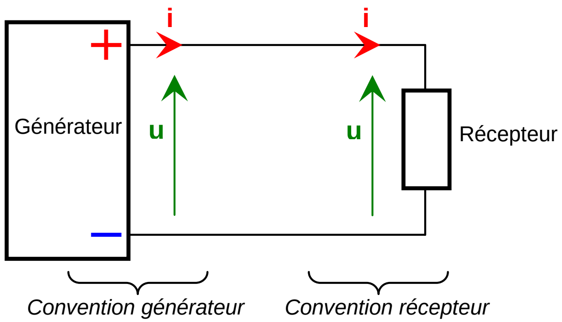
③ Convertisseurs statiques : En électronique de puissance, les convertisseurs de types "onduleurs" , "hacheurs" et "redresseurs" induisent d'importants changements dans le spectre du signal d'entrée.

III- PROPRIÉTÉS ÉNERGÉTIQUES DU SIGNAL

1- Expressions générales de la puissance électrique

a- Puissance instantanée

Soit le circuit ci-dessous composé d'un récepteur et d'un générateur :



Définition : La puissance instantanée p(t) transportée par le signal électrique reliant le générateur et le récepteur est définie par :

$$\boxed{p(t) = u(t).i(t)}$$

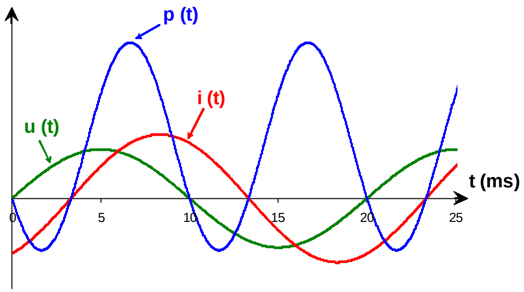
Watt (W) Volt (V) Ampère

Avec la convention récepteur pour le récepteur, le sens de transfert de puissance est le suivant :

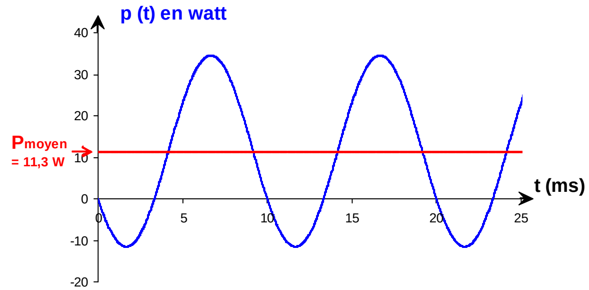
- si $p = ui > 0$, alors la puissance va du générateur vers le récepteur,
- si $p = ui < 0$, alors la puissance va du récepteur vers le générateur.

b- Puissance moyenne

Observons la courbe ci-dessous représentant la puissance reçue par un moteur asynchrone pendant une durée de 25ms :



On constate que la puissance est variable dans le temps. Elle est même négative par moment et dans ce cas c'est le moteur qui donne de la puissance au réseau.
Pour caractériser la puissance absorbée par le moteur, il faut évaluer la valeur moyenne de cette puissance. Reprenons le cas du moteur et évaluons la puissance moyenne :



D'après le graphe, le moteur absorbe une puissance moyenne de 11,3W.

Définition : La puissance moyenne **P** transportée par un signal périodique est définie par la valeur moyenne de la puissance instantanée calculée sur une ou plusieurs périodes entières (relation ci-dessous).

$$\boxed{P = \langle p(t) \rangle = \langle u(t).i(t) \rangle}$$

La puissance moyenne **P** est aussi appelée **puissance active**.

Puissance moyenne en régime sinusoïdal :

Prenons le cas général où on a : $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$ et $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi)$

$$\Rightarrow \quad p(t) = 2UI\cos(\omega t)\cos(\omega t - \varphi)$$

$$\Rightarrow \quad p(t) = UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t - \varphi).$$

→ Le terme : $UI\cos(2\omega t - \varphi)$ représente la partie variable de la puissance.

→ Le terme : $UI\cos\varphi$ est indépendant du temps (valeur moyenne).

La valeur moyenne de la puissance en régime sinusoïdal s'écrie donc :

$$\boxed{P = UI\cos\varphi}$$

où **φ** représente le retard angulaire de **i** par rapport à **u**.

2- Valeur efficace d'un signal

a- Expérience

Alimentons une ampoule d'éclairage supposée "résistive" avec la tension **u** sinusoïdale alternative du secteur "230V".
Nous constatons que l'ampoule brille; elle reçoit donc de l'énergie bien que $\mathbf{U_{moy} = 0V}$.
Alimentons cette même ampoule avec une tension continue **U** que l'on règlera jusqu'à avoir le même éclairement qu'avec la tension du secteur. On remarque alors que la tension continue a été réglée à **U = 230V**.
On va donc définir une grandeur appelée "valeur efficace" qui sera utile pour caractériser les notions de puissances et énergies.

b- Définition : La valeur efficace d'une tension périodique **u(t)** est la tension constante **U** qui fournirait la même puissance à une résistance.
*Cette définition est aussi valable pour un courant **i(t)**.*

Relation donnant la valeur efficace du courant **I** en fonction de **i(t)** (valeur instantannée) :

La puissance instantanée **p(t)** absorbée par une résistance **R** est : $\mathbf{p = R.i(t)^2}$.
La puissance moyenne absorbée est $\mathbf{P = < R.i(t)^2 > = R < i(t)^2 >}$ car **R** est constant.
La puissance moyenne absorbée est aussi $\mathbf{P = R.I^2}$ car **I** est la valeur efficace de **i(t)**
(même "**efficacité**" que le courant constant **I**)

On a donc **:** $\mathbf{R.I^2 = R < i(t)^2 >} \Rightarrow \mathbf{I^2 = < i(t)^2 >} \Rightarrow \boxed{I = \sqrt{< i(t)^2 >}}$.

c- Relation générale :

La valeur efficace X d'une grandeur périodique x est définie par la relation :

$$\boxed{X = \sqrt{< x(t)^2 >}}$$

Cette valeur efficace "vraie" est dénommée RMS (Root Mean Square) soit Racine carrée de la Moyenne du Carré.

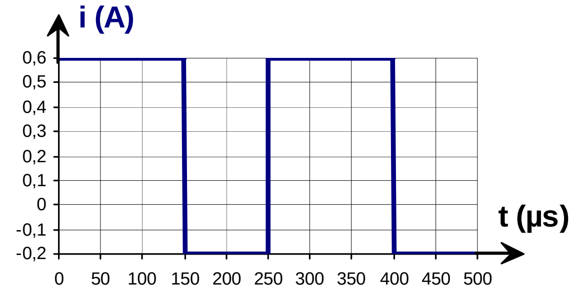
En utilisant le calcul intégral, la valeur efficace se définie par : $X = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt}$

Méthode de calcul :

① On élève la grandeur au carré $\rightarrow \mathbf{x^2}$
② On calcule la valeur moyenne de ce "carré". $\rightarrow \mathbf{< x^2 >}$
③ On fait la racine carré de la moyenne du "carré" $\rightarrow \mathbf{\sqrt{< x^2 >}}$.

Exemple :

Calculons la valeur efficace du courant i(t) représenté ci-contre :



Valeur moyenne de i^2 : $< i^2 > = \frac{0,6^2 \times 150.10^{-6} + (-0,2)^2 \times 100.10^{-6}}{250.10^{-6}} = 0,232 \text{ A}^2$.

Valeur efficace : $I = \sqrt{< i^2 >} = \sqrt{0,232}$ $\approx$ **482 mA** .

d- Cas particulier du signal sinusoïdal alternatif

Essayons de trouver une relation donnant la valeur efficace d'un signal sinusoïdal alternatif en fonction de sa valeur maximale (amplitude) :
Prenons, par exemple, la tension : $u(t) = U_{max}\cos(\omega t)$

① $u^2(t) = U_{max}^2\cos^2(\omega t) = U_{max}^2\frac{1+\cos(2\omega t)}{2} = \frac{U_{max}^2}{2} + \frac{U_{max}^2}{2}\cos(2\omega t)$.

② $< u^2(t) > = \frac{U_{max}^2}{2} + \frac{U_{max}^2}{2} < \cos(2\omega t) > = \frac{U_{max}^2}{2}$ car $< \cos(2\omega t) > = 0$.

③ $U = \sqrt{< u^2(t) >} = \sqrt{\frac{U_{max}^2}{2}} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$.

Relation : la valeur efficace U d'un signal sinusoïdal alternatif est lié à sa valeur maximale

par la relation : $\boxed{U = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}}$

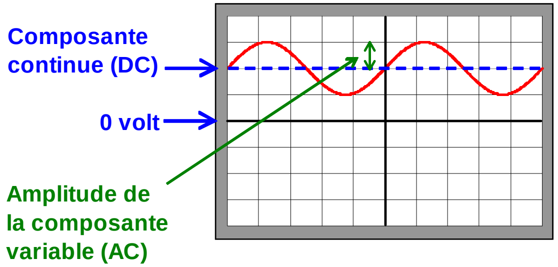
e- Mesure de la valeur efficace

La valeur efficace d'une tension se mesure avec un voltmètre "RMS" en position "AC+DC".
La valeur efficace d'un courant se mesure avec un ampèremètre "RMS" en position "AC+DC".

Remarque : Les multimètres "bas de gamme" ne mesurent les valeurs efficaces que pour des signaux sinusoïdaux (tension et courant du secteur ou en sortie de transformateur).

f- Composante continue et composante alternative

Revenons au signal étudié lors de l'analyse temporelle. Il possède une valeur moyenne non nulle (composante continue) et une composante variable autour de la valeur moyenne (composante variable ou alternative) :



Si on note U_{moy} la valeur moyenne (composante continue); U_{ond} la valeur efficace de la composante variable (sans la composante continue) et U_{eff} la valeur efficace du signal complet alors on a la relation :

$$\boxed{U_{eff}^2 = U_{moy}^2 + U_{ond}^2}$$

Du point de vue des appareils de mesures, la relation peut s'écrire aussi :

$$\boxed{U_{AC+DC}^2 = U_{AC}^2 + U_{DC}^2}$$

<u>Remarques</u> :

- La valeur efficace est supérieure ou égale à la valeur moyenne car $U_{eff}^2 \geq U_{moy}^2$.
- Certains multimètres "RMS" peuvent mesurer la valeur efficace U_{ond} (composante variable) en sélectionnant le calibre "AC".
  Pour mesurer la valeur U_{eff} du signal complet on sélectionne "AC+DC".

3- Puissance apparente

a- Introduction

Utilisons un générateur de tension alternative sinusoïdale (groupe électrogène) de caractéristique U = 230V efficace et I_{max} = 10A efficace.
Il semble que ce générateur puisse alimenter des récepteurs de puissance maximale 230×10 = 2300Watts.
Branchons donc un moteur de caractéristiques : P = 2300W et cosφ = 0,6.
<u>Bilan</u> : Le moteur absorbe un courant $I = \dfrac{P}{U\cos\varphi} = \dfrac{2300}{230 \times 0,6} \approx 16,7A$ ce qui dépasse les capacités du générateur.
Pour évaluer le courant I débité par un générateur, il faut connaître le produit U×I, c'est-à-dire $\dfrac{P}{\cos\varphi}$.

b- Définition

La puissance apparente (notée S) est le produit des valeurs efficaces U et I.
C'est une grandeur théorique qui n'a pas d'existence physique en tant que puissance et son unité sera le voltampère (VA) :

$$\boxed{S = U\,I}$$

voltampères (**VA**) volts (**V**) ampères (**A**)

4- Facteur de puissance

Lorsque la puissance apparente **S** est différente de la puissance active **P**, on peut alors définir le facteur de puissance **k** :

$$\boxed{k = \frac{P}{S}}$$

Dans le cas du régime sinusoïdal on a:

$$\boxed{k = \frac{P}{S} = \frac{UI\cos\varphi}{UI} = \cos\varphi}$$

<u>Retour à l'exemple du générateur</u> :
Le générateur à fournit une puissance apparente maximale S = 230×10 = 2,3kVA.
Le moteur absorbe une puissance apparente S = 230×1-,7 = 3,84kVA.
Le moteur possède un facteur de puissance k = cosφ = 0,6.

5- Ordres de grandeurs

Citons quelques exemples mettant en jeu la puissance active :
- centrale nucléaire (Golfech → 2 réacteurs) : 2620MW,
- éolienne d'Opoul (vent de 15m/s) : 1750kW,
- TGV Atlantique (2motrices) : 8800kW ou 8,8MW,
- microordinateur : 400W,
- antenne de téléphone cellulaire : 2W.

6- Perturbations électromagnétiques

Les convertisseurs d'énergie génèrent, dans de nombreux cas, de fortes commutations de courant électrique. Ces fortes variations de courant génèrent des perturbations électromagnétiques.
Voici quelques exemples :
- moteur "universel" (perceuse, meuleuse ...) : commutations de courant par les "charbons",
- alimentation de microordinateur : découpage du courant (hacheur),
- transmissions informatiques à haute vitesse : commutations à haute fréquence,
- bougies d'allumage des moteurs à explosion : arc électrique très perturbateur.

Pour ne pas perturber l'environnement électromagnétique ou pour s'en protéger, il faut généralement adopter la technique du blindage métallique relié à la masse (cage de Faraday).
On peut aussi réaliser des filtres inductifs à l'aide de ferrites (matériau à forte perméabilité magnétique).