Corrigé du TD N°02 du Chapitre A-5

SYSTÈMES DU 2° ORDRE
Equation différentielle et solution graphique

I- SYSTÈME ELECTRIQUE (filtre RLC série)

2- Etude de la réponse indicielle

① $v_e(t) = Ri(t) + L\dfrac{di(t)}{dt} + v_s(t)$ avec $v_e(t) = E$ et $i = C\dfrac{dv_s(t)}{dt}$

$\Rightarrow\ E = RC\dfrac{dv_s(t)}{dt} + LC\dfrac{d^2v_s(t)}{dt^2} + v_s(t)$.

② On a donc : $\boxed{\dfrac{1}{\omega_0^2}\dfrac{d^2v_s}{dt^2} + 2m\dfrac{1}{\omega_0}\dfrac{dv_s}{dt} + v_s(t) = E}$

avec : $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ et $\boxed{m = \dfrac{R}{2}\sqrt{\dfrac{C}{L}}}$.

③ On a L = 200mH et C = 470nF :

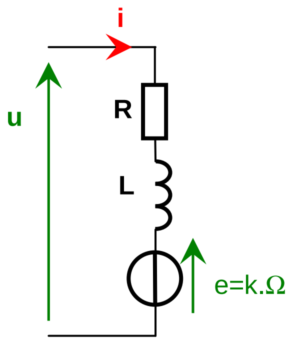
- $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{200.10^{-3}\times 470.10^{-9}}} \approx 3260$ rad/s.
- $m = \dfrac{R}{2}\sqrt{\dfrac{C}{L}} \Rightarrow R = 2m\sqrt{\dfrac{L}{C}} = 2\times 0,7\sqrt{\dfrac{200.10^{-3}}{470.10^{-9}}} \approx 913\Omega$.

Meilleur temps de réponse : **m = 0,7**

II- SYSTÈME ELECTROMÉCANIQUE (moteur CC)

2- Etude de la réponse indicielle

① Schéma électrique du moteur



②
- Equation électrique : $u = e + Ri + L\dfrac{di}{dt}$
- Equation électromécanique (vitesse Ω et couple T) :

$\boxed{e = k.\Omega}$ et $\boxed{T = k.i}$ $\Rightarrow\ u = k.\Omega + Ri + L\dfrac{di}{dt}$

- Equation mécanique (moment d'inertie J):

$\boxed{T = J\dfrac{d\Omega}{dt}} \Rightarrow\ i = \dfrac{J}{k}\dfrac{d\Omega}{dt}$ Bilan : $u = E = k.\Omega + \dfrac{RJ}{k}\dfrac{d\Omega}{dt} + \dfrac{LJ}{k}\dfrac{d^2\Omega}{dt^2}$

③ Il faut maintenant diviser l'équation précédente par k :

$\boxed{\dfrac{LJ}{k^2}\dfrac{d^2\Omega}{dt^2} + \dfrac{RJ}{k^2}\dfrac{d\Omega}{dt} + \Omega = \dfrac{E}{k}}$ conforme à $\dfrac{1}{\omega_0^2}\ddot{\Omega}(t) + 2m\dfrac{1}{\omega_0}\dot{\Omega}(t) + \Omega(t) = \dfrac{E}{k}$

avec : $\boxed{\omega_0 = \dfrac{k}{\sqrt{LJ}}}$ car $\dfrac{1}{\omega_0^2} = \dfrac{LJ}{k^2}$

et $\boxed{m = \dfrac{R}{2k}\sqrt{\dfrac{J}{L}}}$ car $2m\dfrac{1}{\omega_0} = \dfrac{RJ}{k^2} \Rightarrow m = \dfrac{1}{2k}\dfrac{RJ}{k^2}\dfrac{k}{\sqrt{LJ}}$.

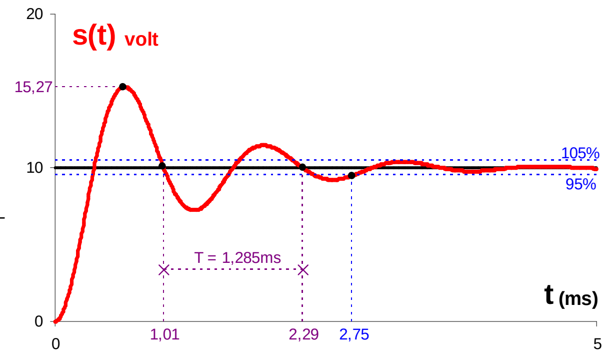
④ $\omega_0 = \dfrac{0,1}{\sqrt{1\times 1.10^{-3}}} \approx$ **3,16 rad/s** et $m = \dfrac{2}{2\times 0,1}\sqrt{\dfrac{1.10^{-3}}{1}} \approx$ **0,316**

III- MESURES SUR GRAPHE s(t) ET SUR ABAQUES

① $S_\infty \approx 10V$

$d \approx \dfrac{15,27 - 10}{10} \approx 0,53$

$t_{r5\%} \approx 2,75ms$.



② $\omega_0 \approx \omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{1,285.10^{-3}}$

soit $\omega_0 \approx 4900rad/s$

Attention : $\omega_0 \approx \omega = \dfrac{2\pi}{T}$ uniquement si m petit devant 1.

③ Pour le dépassement, on a directement d ≈ 0,53 ou 53%.

Pour $t_{r5\%}$, on a $\dfrac{t_{r5\%}}{\dfrac{2\pi}{\omega_0}} \approx 2,19 \Rightarrow t_{r5\%} \approx 2,19\times\dfrac{2\pi}{5.10^3} \approx 2,75ms$