TD N°2 du Chapitre A-5 "Régimes transitoires"

SYSTÈMES DU 2°ORDRE
Equation différentielle et solution graphique

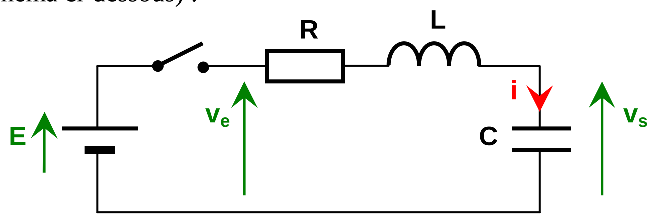
OBJECTIFS

① Etablir l'équation différentielle régissant un système.
② Déterminer les paramètres du système (amortissement **m** et pulsation propre ω_0).
③ Utiliser la courbe de réponse ou les abaques pour déterminer le dépassement **d** et le temps de réponse à 5% $t_{r5\%}$.

I- SYSTÈME ELECTRIQUE (filtre RLC série)

1- Présentation du système

Soit le circuit réalisant un filtre passe-bas du 2°ordre dont on veut étudier la réponse indicielle (schéma ci-dessous) :



On ferme l'interrupteur K à t = 0; $v_e(t)$ est donc un échelon **E.Γ(t)** d'amplitude **E**.
La sortie du système sera la tension v_s aux bornes du condensateur C (sortie du filtre).

2- Etude de la réponse indicielle

① Ecrire l'équation différentielle relative au système (entrée constante **E** et sortie $v_s(t)$).

② Mettre l'équation différentielle sous la forme : $\frac{1}{\omega_0^2}\ddot{v}_s(t)+2m\frac{1}{\omega_0}\dot{v}_s(t)+v_s(t)=E$.

Déterminer alors ω_0 et m en fonction de la valeur des composants.

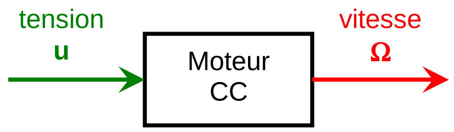
③ On a L = 200mH et C = 470nF :
- Calculer ω_0.
- Déterminer la valeur de R pour avoir le temps de réponse minimal.

II- SYSTÈME ELECTROMÉCANIQUE (moteur CC)

1- Présentation du système

Le système est un moteur à courant continu à aimant permanent (frottements négligés).

L'entrée du système sera la tension d'alimentation **u(t)** (échelon d'amplitude E) et la sortie sera la vitesse de rotation **Ω(t)** du moteur.



2- Etude de la réponse indicielle

① Dessiner le schéma électrique du moteur en faisant apparaître la résistance d'induit **R**, l'inductance d'induit **L** et la f.e.m. **e = kΩ**.

② Ecrire l'équation différentielle relative au système (entrée constante **E** et sortie **Ω(t)**).
Rappel : Couple moteur T = k.I et Σcouples = JdΩ/dt (J = moment d'inertie).

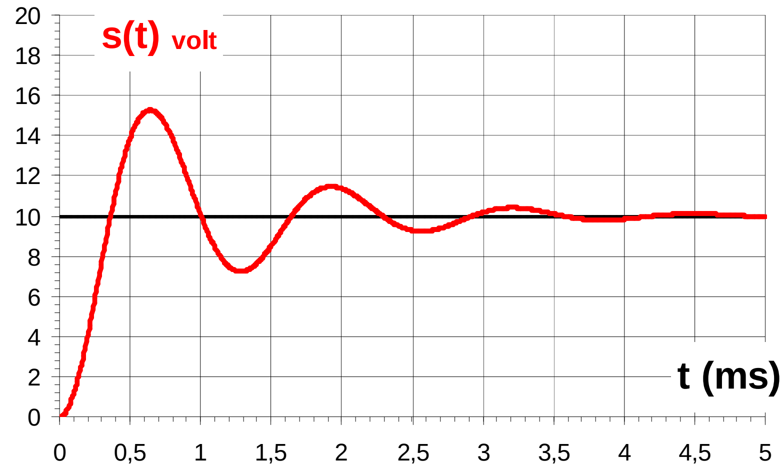
③ Mettre l'équation différentielle sous la forme : $\frac{1}{\omega_0^2}\ddot{\Omega}(t)+2m\frac{1}{\omega_0}\dot{\Omega}(t)+\Omega(t)=\frac{E}{k}$.

Déterminer alors ω_0 et m en fonction des paramètres du moteur.

④ On a : R = 2Ω ; L = 1H ; J = 1.10^{-3} m^2.kg et k = 0,1V.rad^{-1}.s :
Déterminer les valeurs numériques de ω_0 et m.

III- MESURES SUR GRAPHE s(t) ET SUR ABAQUES

Le graphe ci-dessous représente la sortie **s(t)** d'un système du 2°ordre **avec m = 0,2** et $\omega_0 = 5.10^3$ **rad/s** :



① Mesurer, sur le graphe: S_∞ , le dépassement **d** et le temps de réponse à 5% $t_{r5\%}$.
② Retrouver, sur le graphe, une valeur approchée de la pulsation propre ω_0.
③ Retrouver les valeurs du dépassement **d** et du temps de réponse à 5% $t_{r5\%}$ en utilisant les abaques.