TD N°01 du Chapitre A-5 "Régimes transitoires"

SYSTÈMES DU 1°ORDRE
Equation différentielle et solution

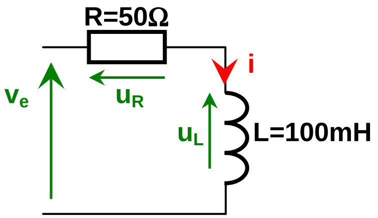
OBJECTIFS

① Etablir l'équation différentielle régissant un système.
② Déterminer la solution de l'équation (expression de la sortie en fonction du temps)
③ Tracer la courbe de sortie pour retrouver les propriétés de la courbe "1°ordre".

I- CIRCUIT "RL série"

1- Présentation du système

Soit le système constitué de la partie électrique simplifiée d'un enroulement de **moteur pas à pas** (schéma ci-dessous) :



Rappel: $u_R = R.i$

$u_L = L\dfrac{di}{dt}$

L'entrée du système est la tension $\mathbf{v_e}$ d'alimentation du moteur (échelon $\mathbf{E.\Gamma(t)}$ d'amplitude **E = 5V**) et la sortie du système est le courant **i** traversant le circuit.

2- Détermination de i(t)

① Ecrire l'équation différentielle relative au système (entrée constante **E** et sortie **i(t)**).

② Mettre l'équation différentielle sous la forme : $\tau\dfrac{di(t)}{dt} + i(t) = f(t)$.

③ Exprimer τ et f(t) en fonction des éléments du circuit.
On rappelle que $f(t) = I_\infty$.

④ La solution de l'équation différentielle est $i(t) = A + B.e^{-t/\tau}$.
Déterminer alors les expressions de A et B sachant que i(0) = 0 et $i_\infty = E/R$.

3- Tracé du graphe i(t) *(utilisation des valeurs numériques)*

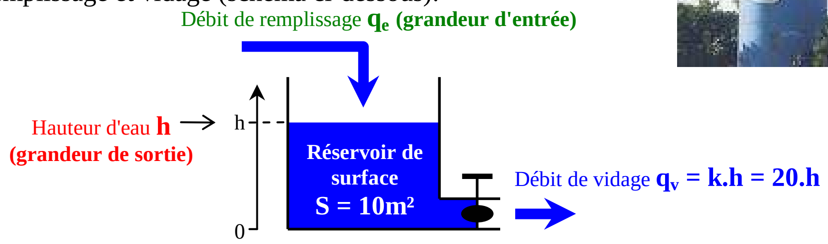
① Tracer, point par point, la courbe i(t) pour 0 < t < 10ms.

② Retrouver, sur la courbe, les propriétés suivantes :
- L'asymptote horizontale a pour ordonnée $I_\infty = \lim\limits_{t\to+\infty} i(t)$.
- L'asymptote horizontale coupe la tangente à l'origine à l'instant $t = \tau$.
- A l'instant $t = \tau$, i(t) atteint 63% de sa valeur finale I_∞ ($i(\tau) = 0{,}63\ I_\infty$).
- Aux instants $t = 2\tau$, 3τ et 5τ la sortie i(t) atteint 86% , 95% et 98% de I_∞.

II- SYSTÈME HYDRAULIQUE

1- Présentation du système

Soit le système constitué d'un réservoir d'eau (vide à l'instant t=0) avec remplissage et vidage (schéma ci-dessous):



Phrases "clé" : *Le débit de vidage est proportionnel à la hauteur : $q_v = k.h$ (k=20m²/h)*
Le débit (q_e - q_v) est responsable de la variation dV/dt du volume V=S.h

q_e est un échelon d'amplitude $\mathbf{Q_e = 30m^3/h}$ (débit constant Q_e à partir de t = 0).

2- Détermination de h(t)

① Ecrire l'équation différentielle du système (entrée constante $\mathbf{Q_e}$ et sortie **h(t)**).

② Mettre l'équation différentielle sous la forme : $\tau\dfrac{dh(t)}{dt} + h(t) = f(t)$.

③ Exprimer τ et f(t) en fonction des éléments du système.
On rappelle que $f(t) = h_\infty$.

④ La solution de l'équation différentielle est $h(t) = A + B.e^{-t/\tau}$.
Déterminer alors les expressions de A et B sachant que h(0) = 0 et $h_\infty = Q_e/k$.

3- Tracé du graphe h(t) *(utilisation des valeurs numériques)*

① Tracer, point par point, la courbe h(t) pour 0 < t < 3h.

② Retrouver, sur la courbe, les 4 propriétés importantes de la courbe "1°ordre" déjà vues dans le circuit "RL série".