Chapitre 2

COORDONNÉES D'UN POINT DU PLAN

I- REPÈRE

1- Repère d'une droite

Pour se repérer sur une droite (d), il faut définir les éléments suivants :

- Un point origine souvent nommé O.
- Un point distant de l'unité par rapport à O, souvent noté I. On a donc OI = 1.

Ainsi à tout point M de la droite (d), on peut associer la réel x tel que :

- si $M \in [OI)$ alors x = OM (abscisse positive)
- si $M \notin [OI)$ alors x = -OM (abscisse négative).

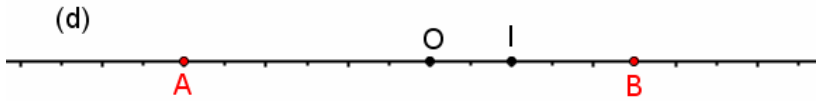
Définition 1 :

① Le couple (O, I) est appelé **repère d'origine O de la droite (d)**.

② Le réel x associé au point M est appelé **abscisse du point M dans le repère** (O, I).
On note **M(x)**.

Exemple :

Considérons la droite (d) ci-dessous munie du repère (O, I)



Par définition, l'abscisse du point O est 0 et l'abscisse du point I est 1.

Les abscisses respectives des points A et B sont -3 et 2,5 .On note A(-3) et B(2,5).

2- Repère d'un plan

Vu en troisième : Exercice ② page 184 "Coordonnées dans un repère"

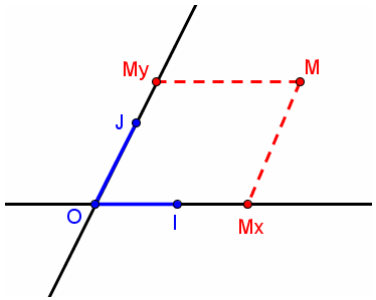
Pour se repérer dans un plan ($\mathscr{P}$), il faut définir les éléments suivants :

- Trois points non alignés O, I et J.
- Le repère (O, I) relatif à la droite (OI).
- Le repère (O, J) relatif à la droite (OJ).

Ainsi, à tout point M de ce plan, il existe deux uniques points M_x et M_y tels que :

$M_x \in (O, I)$; $M_y \in (O, J)$

et OM_xMM_y est un parallélogramme.



Pour finir, on peut associer à tout point M de ($\mathscr{P}$), deux réels x et y avec :

- x coordonnée de M_x dans le repère (O,I)
- y coordonnée de M_y dans le repère (O,J)

Définition 2 :

① Le triplet (O, I, J) est appelé **repère d'origine O du plan ($\mathscr{P}$)**.

② L'unique couple (x, y) associé au point M est appelé **coordonnées du point M dans le repère** (O, I, J).

- x est appelé abscisse du point M
- y est appelé ordonnée du point M

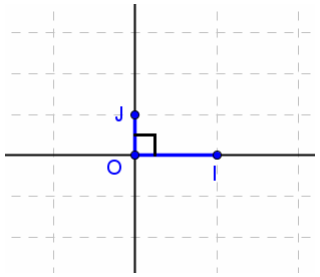
On note **M (x ; y)**

Pour s'entraîner : Exercice 37 page 199.

3- Différents types de repère

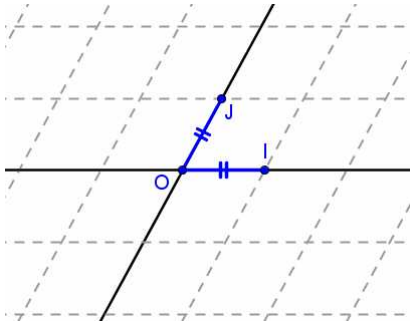
① Le repère orthogonal :

On a $(OI) \perp (0J)$ avec $OI \neq OJ$



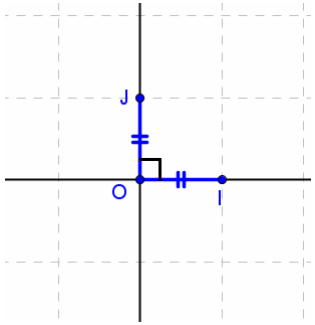
② Le repère normé :

On a OI = OJ = 1 et $\widehat{IOJ} \neq 90°$



③ Le repère orthonormé :

On a OI = OJ = 1 et $\widehat{IOJ} = 90°$



II- MILIEU D'UN SEGMENT

Le plan $(\mathscr{P})$ est muni d'un repère (O, I, J) quelconque dans lequel le point A a pour coordonnées (x_A, y_A) et le point B a pour coordonnées (x_B, y_B).

Théorème 1 :

Les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$ sont $\boxed{x_I = \frac{x_A + x_B}{2}}$ et $\boxed{y_I = \frac{y_A + y_B}{2}}$

Pour s'entraîner : Toute la page 189

III- DISTANCE

Le plan $(\mathscr{P})$ est maintenant muni d'un repère (O, I, J) othonormé dans lequel le point A a pour coordonnées (x_A, y_A) et le point B a pour coordonnées (x_B, y_B).

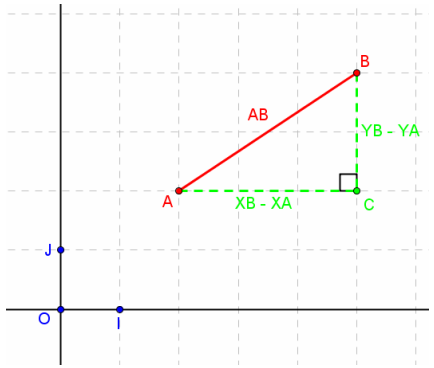
Théorème 2 :
Dans un repère orthonormé, la distance AB s'exprime ainsi :

$$\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

Démonstration :

Il suffit d'appliquer le théorème de Pythagore au triangle ABC (figure ci-contre) :

$$AB^2 = AC^2 + AB^2$$
$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$



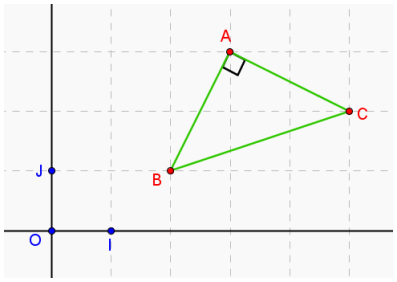
Pour s'entraîner : Toute la page 190 + Exercices 47, 48, 53, 54 et 57 pages 200-201.

IV- ANNEXE

1- Comment démontrer qu'un triangle est rectangle

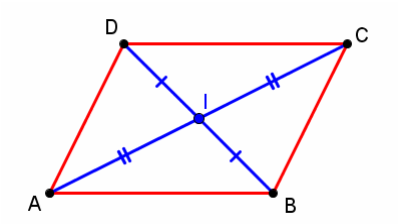
Pour démontrer, par exemple, qu'un triangle ABC est rectangle en A il faut d'abord déterminer les grandeurs BC^2 , AB^2 et BC^2 en utilisant **la relation sur la distance**.

Ensuite, il faut vérifier que $AC^2 + AB^2 = BC^2$ et par la réciproque du théorème de Pythagore , on peut conclure que le triangle ABC est rectangle en A.



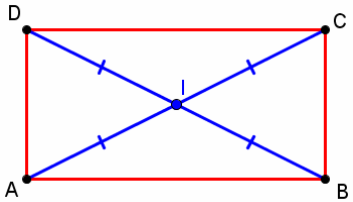
2- Comment démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Il suffit de montrer que les diagonales se coupent en leur milieu en utilisant la relation des **coordonnées du milieu d'un segment**.



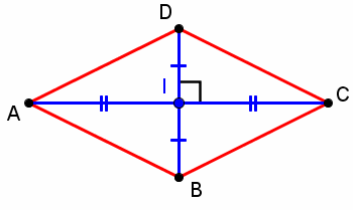
3- Comment démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle

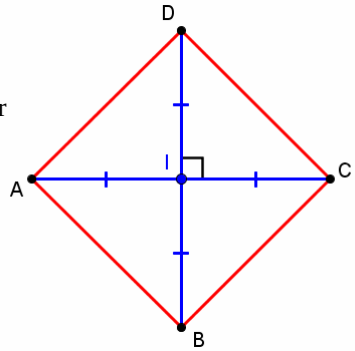
Il faut montrer que les diagonales se coupent en leur milieu et sont de même longueur.



4- Comment démontrer qu'un quadrilatère est un losange

Il faut montrer que les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.



5- Comment démontrer qu'un quadrilatère est un carré

Il faut montrer que les diagonales se coupent en leur milieu sont de même longueur et sont perpendiculaires.