Chapitre 1

GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

I- LES INTERVALLES DE R

1- Définitions des nombres réels

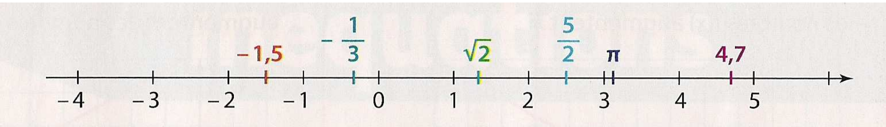
① L'ensemble des abscisses de tous les points d'une droite graduée est appelé l'ensemble des nombres réels que l'on note $\mathbb{R}$.

② L'ensemble de tous les nombres, entiers naturels $\mathbb{N}$, entiers relatifs $\mathbb{Z}$, décimaux $\mathbb{D}$,

rationnels $\mathbb{Q}$ et irrationnels est appelé ensemble des nombres réels; il est noté $\mathbb{R}$.

On a les inclusions suivantes : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Représentation de quelques nombres réels sur une droite graduée :



2- Les intervalles de R

Certains sous-ensembles de $\mathbb{R}$ (parties de $\mathbb{R}$) sont appelés des intervalles.

Le tableau ci-dessous représente différents types d'intervalles utilisés dans l'étude des fonctions (a et b sont des réels) :

Intervalle		Ensemble des nombres x vérifiant	Représentation
$[a\,;\,b]$	fermé	$a \leq x \leq b$	a b
$]a\,;\,b[$	ouvert	$a < x < b$	a b
$[a\,;\,b[$	fermé à gauche, ouvert à droite	$a \leq x < b$	a b
$]a\,;\,b]$	ouvert à gauche, fermé à droite	$a < x \leq b$	a b
$[a\,;\,+\infty[$	fermé à gauche, ouvert à droite	$a \leq x$	a
$]a\,;\,+\infty[$	ouvert	$a < x$	a
$]-\infty\,;\,b]$	ouvert à gauche, fermé à droite	$x \leq b$	b
$]-\infty\,;\,b[$	ouvert	$x < b$	b

2- Réunion et intersection d'intervalles

① Définition de l'intersection

L'**intersection** de deux intervalles I et J est l'ensemble des nombres qui sont dans I **et** dans J (les deux **à la fois**) : elle se note $I \cap J$.

② Définition de la réunion

La **réunion** de deux intervalles I et J est l'ensemble des nombres qui sont dans I **ou** dans J (**au moins** un des deux) : elle se note $I \cup J$.

Pour s'entraîner : Objectif 1 page 27 "passer des inégalités aux intervalles" (toute la page).

II- LES FONCTIONS

Activité de découverte : "Approche de la notion de fonction"

1- Définitions

Soit $\mathscr{D}$ une partie de $\mathbb{R}$.

① Définir une fonction sur $\mathscr{D}$, c'est associer à tout nombre réel x appartenant à $\mathscr{D}$ un nombre réel **unique** noté f(x).
La notation est :

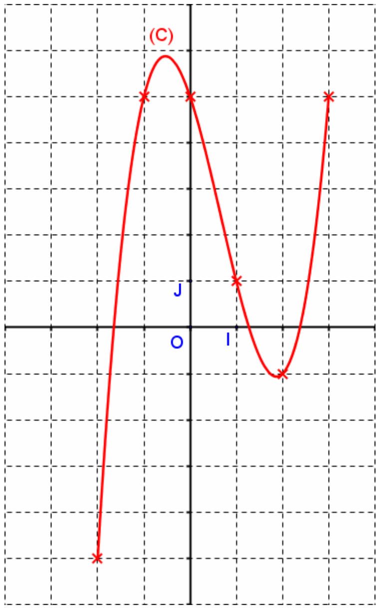
$$f \;:\; \mathscr{D} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x)$$

② Le nombre réel f(x) est appelé l'**image** de x par la fonction f.
On dit aussi que le nombre x est l'**antécédent** de f(x) par f.

③ $\mathscr{D}$ est appelé **ensemble (ou domaine) de définition** de la fonction f.

2- Différentes façons de définir une fonction

① Fonction définie par une courbe



Dans l'exemple représenté ci-contre, la courbe (C) donne les informations suivantes sur la fonction f :

- L'ensemble de définition est $\mathscr{D}(f) = [-2 ; 3]$
- L'image de 0 par la fonction f est 5.
  L'image de -2 par la fonction f est -5.
  L'image de 2 par la fonction f est -1.
  5 a trois antécédents par f qui sont -1; 0 et 3.
  7 n'a pas d'antécédents.

<u>Définition</u> : La représentation graphique d'une fonction est l'ensemble des points de coordonnées (x ; f(x)) où x appartient à l'ensemble de définition.

② Fonction définie par un tableau de valeurs

La fonction f est maintenant définie par un tableau de valeurs ci-contre :

x	-2	-1	0	1	2	3
f (x)	-5	5	5	1	-1	5

L'ensemble de définition est $D_f = \{-2;-1;0;1;2;3\}$.

On ne connaît alors que les images des nombres appartenant à D_f.

③ Fonction définie par une expression algébrique

Soit f la fonction définie sur $D_f = [-2;3]$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 5$

L'expression algébrique de f permet de calculer l'image de n'importe quel nombre réel appartenant à D_f.
Par exemple : $f(0,5) = 0,5^3 - 2\times 0,5^2 - 3\times 0,5 + 5 = 3,125$.

<u>Remarque</u> :

Pour définir rigoureusement une fonction définie sur un intervalle, il faut utiliser l'expression algébrique.

3- Détermination de l'image f(x) d'un nombre x

① A partir de la courbe

L'image f(x) est l'ordonnée du point d'abscisse x.
Dans l'exemple précédent, on lit directement f(2) = -1.

② A partir du tableau de valeurs

Pour un tableau en ligne, x et f(x) seront sur la même colonne.
Dans l'exemple, on lit directement f(-1)=5.

③ A partir de l'expression algébrique

Il faut effectuer le calcul en remplaçant x par la valeur souhaitée.
Dans l'exemple, $f(1) = 1^3 - 2\times 1^2 - 3\times 1 + 5 = 1 - 2 - 3 + 5 = 1$.

<u>Pour s'entraîner</u> : Objectif 2 pages 28-29 "déterminer l'image d'un nombre".

3- Détermination d'antécédent x d'un nombre k

① A partir de la courbe

Pour rechercher d'éventuels antécédents d'un nombre k, on peut tracer la droite y = k.
Les antécédents sont les abscisses de tous les points d'intersection entre la courbe et la droite y = k.
Dans l'exemple, les antécédents de 5 sont -1; 0 et 3.

② A partir du tableau

Pour un tableau en ligne, x et f(x) seront sur la même colonne.
Dans l'exemple, -1 a un seul antécédent qui est 2. Par contre, aucun antécédent n'existe pour le nombre 3.

③ A partir de l'expression algébrique

Il suffit de résoudre l'équation f(x) = k.
Dans l'exemple, les antécédents de 5 se déterminent en résolvant l'équation :
$x^3 - 2x^2 - 3x + 5 = 5$ et à l'aide d'un calculateur, l'ensemble des solutions est $\{-1;0;3\}$.

<u>Pour s'entraîner</u> : Objectif 3 pages 30-31 "équation f(x) = k, recherche d'antécédents de k".
→ Les deux pages entières.