Corrigé des exercices des Chapitres III-1 et III-3

GRANDEURS PÉRIODIQUES
RÉGIME SINUSOÏDAL – DIPÔLES ÉLÉMENTAIRES

EXERCICE 1 *"Valeur moyenne – valeur efficace"*

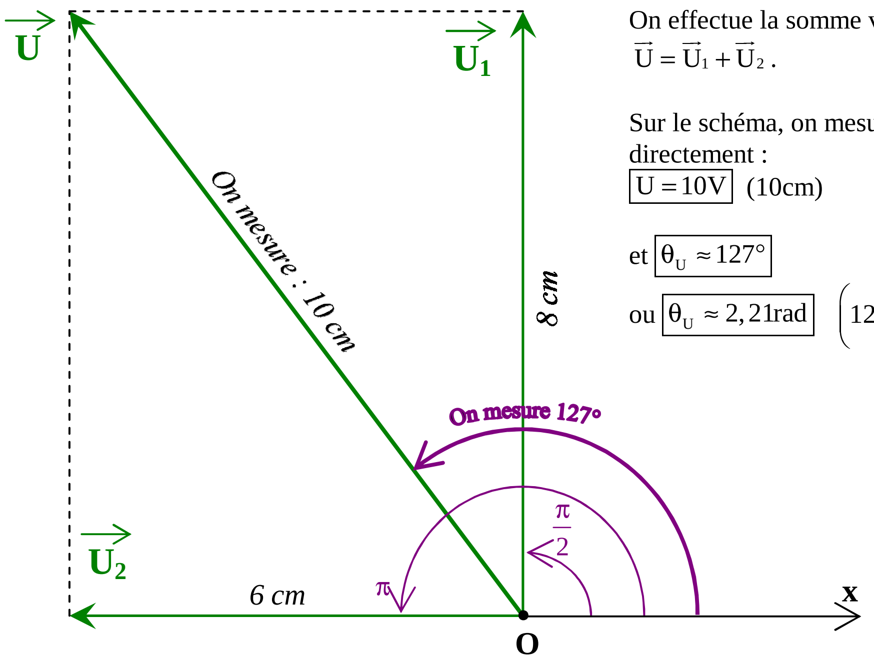
① $\langle v \rangle = \dfrac{A}{T} = \dfrac{(3\times0,5)\times(2\times20.10^{-3})+(-2\times0,5)\times(1\times20.10^{-3})}{5\times20.10^{-3}} \Rightarrow \boxed{\langle v \rangle = 0,4\text{V}}$.

② $V^2 = \dfrac{(3\times0,5)^2\times(2\times20.10^{-3})+(-2\times0,5)^2\times(1\times20.10^{-3})}{5\times20.10^{-3}} = 1,1 \Rightarrow \boxed{V=\sqrt{1,1}\approx1,05\text{V}}$.

③ L'appareil qui permet de mesurer la valeur efficace vraie d'une tension est un voltmètre RMS en position "AC+DC".

EXERCICE 2 *"Somme de tensions sinusoïdales"*

① Construction de Fresnel :



On effectue la somme vectorielle : $\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$.

Sur le schéma, on mesure directement : $\boxed{U = 10\text{V}}$ (10cm)

et $\boxed{\theta_U \approx 127°}$

ou $\boxed{\theta_U \approx 2,21\text{rad}}$ $\left(127\times\dfrac{\pi}{180}\right)$

② Nombres complexes

$\underline{U}_1 = \left[8;\dfrac{\pi}{2}\right] = 8\cos\dfrac{\pi}{2} + 8\,j\sin\dfrac{\pi}{2} = 0 + j8$

$\underline{U}_2 = [6;\pi] = 6\cos\pi + 6\,j\sin\pi = -6 + j0$

$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = (0-6) + j(8+0) \Rightarrow \underline{U} = -6 + j8 = [U;\theta_U]$

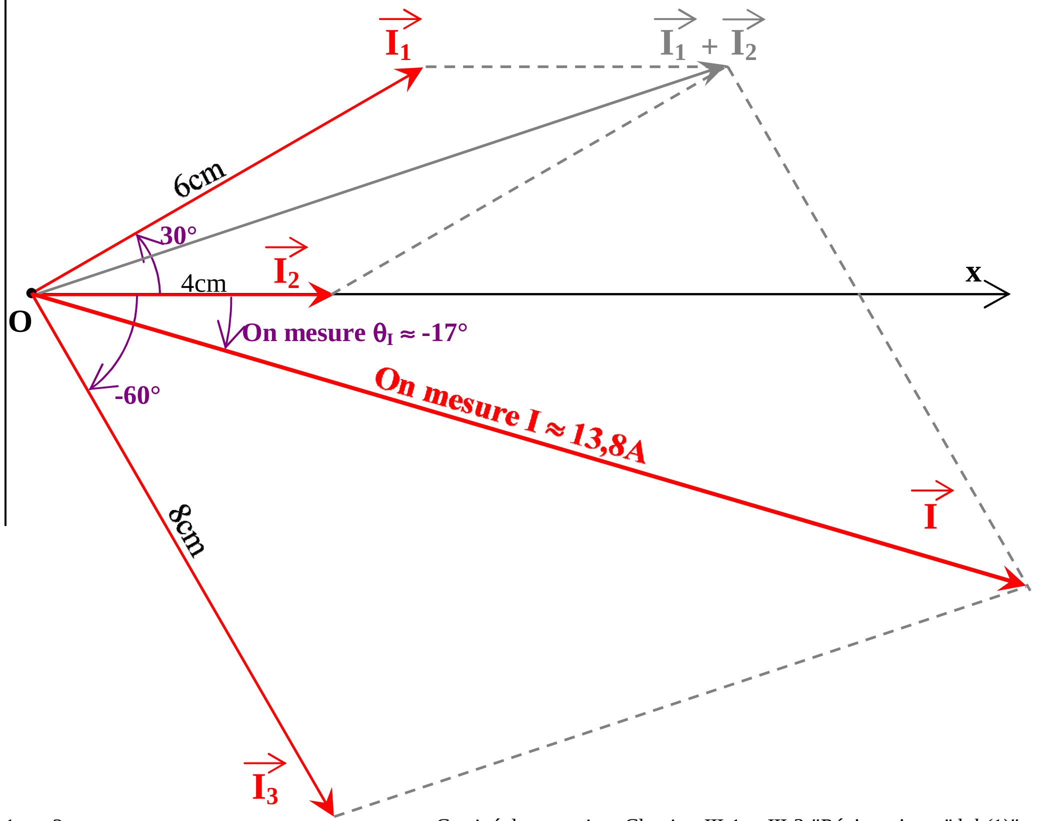
avec $U = \sqrt{(-6)^2+8^2} \Rightarrow \boxed{U = 10\text{V}}$ et $\theta_U = \tan^{-1}\left(\dfrac{8}{-6}\right) \Rightarrow \boxed{\theta_U \approx 127°}$ (-53+180°)

__Remarque__ : avec "tan^{-1}", il faut ajouter 180° lorsque on sait que l'angle est compris entre 90° et 270°.

EXERCICE 3 "Somme de courants sinusoïdaux"

On effectue la somme vectorielle : $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$.

Sur le schéma, on mesure directement : $\boxed{I \approx 13,8\text{A}}$ (13,8cm) et $\boxed{\theta_I \approx -17°}$ (-0,297rad).



② Nombres complexes

$\underline{I}_1 = [6;30°] = 6\cos 30° + j\sin 30° \approx 5,20 + j3$

$\underline{I}_2 = [4;0°] = 4\cos 0° + 6j\sin 0° \approx 4 + j0$

$\underline{I}_3 = [8;-60°] = 8\cos(-60°) + 8j\sin(-60°) \approx 4 - j6,93$

$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = (5,20 + 4 + 4) + j(3 + 0 - 6,93) \quad \Rightarrow \quad \underline{I} = 13,2 - j3,93 = [I;\theta_I]$

avec $I = \sqrt{(13,2)^2 + (-3,93)^2} \Rightarrow \boxed{I \approx 13,8A}$ et $\theta_I = \tan^{-1}\left(\dfrac{13,2}{-3,93}\right) \Rightarrow \boxed{\theta_I \approx -17°}$

Remarque ***:on ne rajoute pas 180° car on sait que l'angle est compris entre -90° et +90°.***

EXERCICE 4 *"Condensateur parfait"*

① Calcul de I :

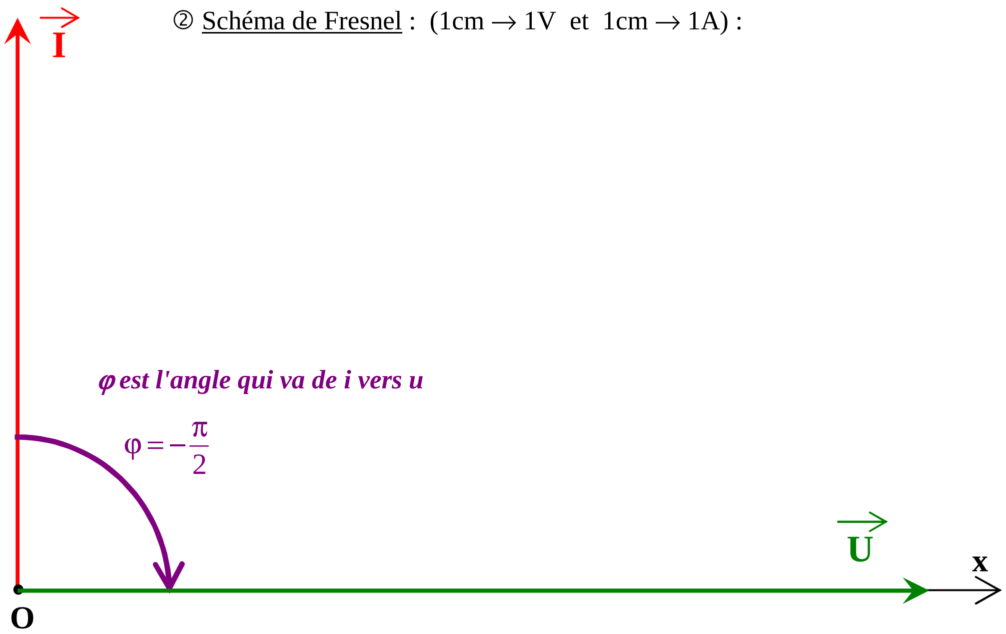
On a $I = \dfrac{U}{Z_C}$ avec $Z_C = \dfrac{1}{C\omega} \Rightarrow I = \dfrac{U}{\left(\dfrac{1}{C\omega}\right)} = C\omega U = 10.10^{-9} \times 2\pi \times 10000 \times 12$

$\Rightarrow \boxed{I \approx 7,54mA}$.

Dans un condensateur parfait, **le courant est en avance de π/2 sur la tension**, on a

donc $\varphi = -\dfrac{\pi}{2} + \theta_U = -\dfrac{\pi}{2} + 0 \Rightarrow \boxed{\varphi = -\dfrac{\pi}{2}}$.

② Schéma de Fresnel : (1cm → 1V et 1cm → 1A) :



③ $\underline{I} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \dfrac{[12;0]}{\left[\dfrac{1}{C\omega};-\dfrac{\pi}{2}\right]} = \dfrac{[12;0]}{\left[1592;-\dfrac{\pi}{2}\right]} \approx \left[7,54.10^{-3};\dfrac{\pi}{2}\right]$

$\Rightarrow \boxed{I \approx 7,54mA}$ et $\varphi = \theta_u - \theta_I = 0 - \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{\varphi = -\dfrac{\pi}{2}}$.

EXERCICE 5 *"Bobine parfaite"*

Une bobine parfaite d'inductance **L** est soumise à une tension sinusoïdale **u(t) = 5√2 sin(ωt)** avec **ω = 2πf** et **f = 1kHz**.
Cette bobine est traversée par un courant efficace **I = 20mA**.

① Calcul de L :

On a $U = Z_L I = L\omega.I \Rightarrow L = \dfrac{U}{\omega I} = \dfrac{5}{2\pi \times 1000 \times 20.10^{-3}} \Rightarrow \boxed{L \approx 39,8mH}$.

② Schéma de Fresnel : (1cm → 1V et 1cm → 5mA) :