Chapitre III- 1-

LES GRANDEURS PÉRIODIQUES GÉNÉRALITÉS

OBJECTIF

- Connaître les caractéristiques essentielles des grandeurs périodiques.
- Saisir le sens physique de la valeur moyenne et de la valeur efficace d'une tension ou d'un courant.
- Savoir calculer, pour des formes de signaux simples, les valeurs moyenne et efficace.
- Savoir mesurer les valeurs moyenne et efficace pour une tension ou un courant.

I- LES GRANDEURS VARIABLES

1- Introduction

La plupart des grandeurs physiques sont variables au cours du temps.

Donnons quelques exemples :

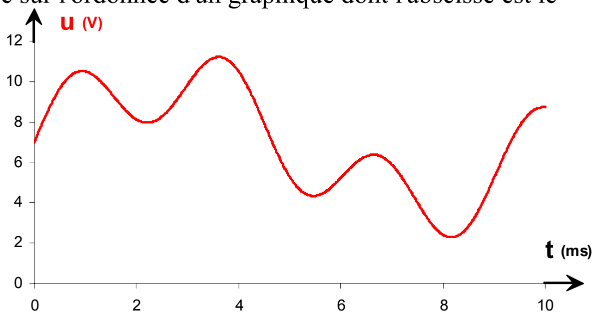
- la pression atmosphérique (P en mbar) mesurée sur plusieurs jours,
- l'éclairement (E en lux) dû au soleil sur une journée,
- la tension électrique fournie par EDF en quelques millisecondes,
- les champs électrique et magnétique produits par un four "micro-ondes" mesuré en quelques nanosecondes.

2- Représentation

Les grandeurs variables dépendent du temps, on les notera en lettres minuscules.
Par exemple on notera que le courant i = 20 mA à l'instant t = 80 µs; il s'agit de la valeur instantanée du courant (à un instant précis).

La grandeur variable sera représentée sur l'ordonnée d'un graphique dont l'abscisse est le temps.

Le graphique ci-contre représente une tension dont les variations ont été enregistrées durant 10 ms :



Les unités, les échelles et les graduations doivent être précisées pour pouvoir exploiter l'enregistrement.

II- LES GRANDEURS PÉRIODIQUES

1- La période

Beaucoup de grandeurs ont des variations qui se reproduisent identiquement entre deux instants consécutifs.

Définition : On définira la période, en secondes, d'une grandeur périodique s(t) comme la plus petite durée T vérifiant la relation : $s(t + T) = s(t)$.

Remarque : L'étude d'un signal périodique pourra donc se faire sur une seule période.

2- La fréquence :

Définition : La fréquence F, exprimée en Hertz (Hz), d'une grandeur périodique est le nombre de périodes contenues dans une durée égale à une seconde.

En une seconde, on aura F périodes de durée T donc F.T = 1s ce qui donne :

$\boxed{F = \frac{1}{T}}$ avec F en Hertz (Hz) et T en secondes (s) .

Les multiples pour l'unité de fréquence sont :

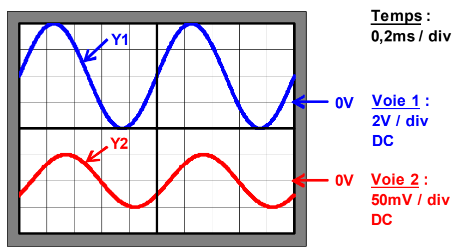
Le kilohertz :	1 kHz = 10^3 Hz	(T=1ms).
Le mégahertz :	1 MHz = 10^6 Hz	(T=1µs).
Le gigahertz :	1 GHz = 10^9 Hz	(T=1ns).
Le térahertz :	1 THz = 10^{12} Hz	(T=1ps)

On peut citer quelques fréquences utilisées en électricité et électronique :

Réseau EDF :	f = 50 Hz (T = 0,02 s ou 20ms).
France Inter en grandes ondes :	f = 162 kHz.
Bande radio FM :	de 88 MHz à 108 MHz.
Téléphone cellulaire :	900 MHz et 1,8 GHz.

3- Les valeurs maximale et minimale

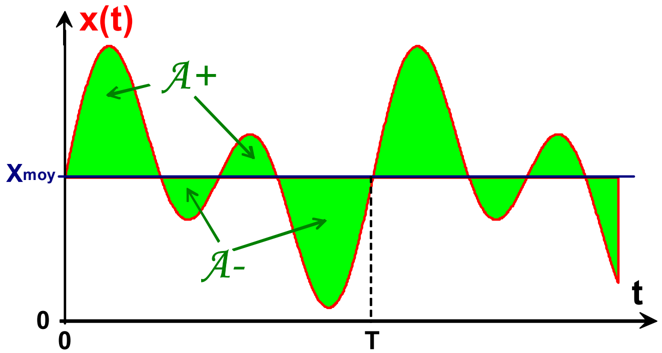
Prenons un exemple, l'oscillogramme bicourbe de la tension u_1 (Y_1) et de la tension u_2 (Y_2) représenté ci-contre :



U_{1min} = -1div × 2V/div = -2V.
U_{1max} = 3div × 2V/div = 6V.
U_{2min} = -1div × 50mV/div = -50mV.
U_{2max} = 1div × 50mV/div = 50mV.

4- La valeur moyenne

Prenons le graphique ci-dessous (variation d'une grandeur **x**) et essayons d'ajuster une droite horizontale (tension continue) qui représenterait la moyenne $\mathbf{X_{moy}}$ des valeurs prises par la grandeur variable $\mathbf{x(t)}$.

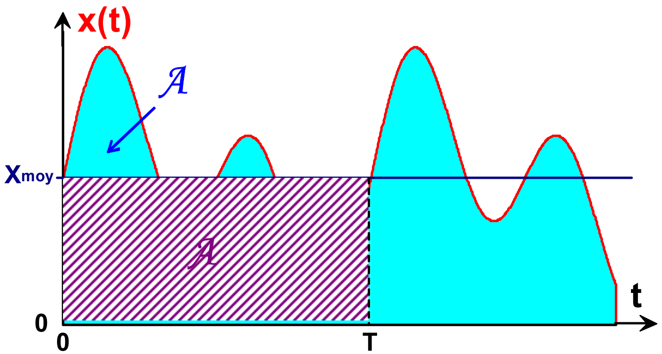


On peut définir deux surfaces :

- La surface $\mathcal{A}+$ entre la courbe $\mathbf{x(t)}$ et la droite $\mathbf{X_{moy}}$ (partie supérieure à la droite);
- La surface $\mathcal{A}-$ entre la courbe $\mathbf{x(t)}$ et la droite $\mathbf{X_{moy}}$ (partie inférieure à la droite).

La droite $\mathbf{X_{moy}}$ a pour ordonnée la valeur moyenne des valeurs de $\mathbf{x(t)}$ ce qui implique que les surfaces $\mathcal{A}+$ et $\mathcal{A}-$ sont égales.

A l'aide du schéma ci-dessous, définissons la surface $\mathcal{A}$ entre la courbe $\mathbf{x(t)}$ et l'axe des abscisses.



Le fait que $\mathcal{A}+ = \mathcal{A}-$ implique que la surface $\mathcal{A}$ est aussi égale à la surface du rectangle de largeur **T** et de hauteur $\mathbf{X_{moy}}$.

On a donc $\mathcal{A} = \mathbf{X_{moy}}.\mathbf{T} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{X_{moy}} = \frac{\mathcal{A}}{\mathbf{T}}}$.

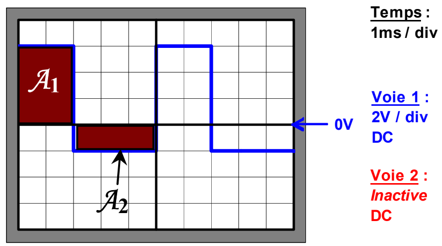
Définition : La valeur moyenne d'une grandeur périodique $\mathbf{x(t)}$ de période **T** est la tension constante $\mathbf{X_{moy}}$ définie par la relation : $\mathbf{X_{moy}} = \frac{\mathcal{A}}{\mathbf{T}}$ avec $\mathcal{A}$ surface entre la courbe $\mathbf{x(t)}$ et l'axe des abscisses.

Méthode de calcul : ① Calcul de la surface $\mathcal{A}$ en faisant la somme algébrique de toutes les surfaces pour une période **T** (si la courbe est en dessous de l'axe, la surface sera négative).

② Finir par le calcul $X_{moy} = \frac{\mathcal{A}}{T}$.

Exemple de calcul pour une tension :

Calculons la valeur moyenne de la tension u(t) représentée sur l'oscillogramme ci-contre :



$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$

$= (3\times2) \times (2\times1.10^{-3}) + (-1\times2) \times (3\times1.10^{-3})$

$= 12.10^{-3} - 6.10^{-3} = \mathbf{6.10^{-3}\ V.s}$

$< v_1 >= \frac{\mathcal{A}}{T} = \frac{6.10^{-3}}{5\times1.10^{-3}} = \mathbf{1,2\ V}$.

Remarques : ① Une grandeur ayant une valeur moyenne nulle est appelée grandeur alternative.

② La valeur moyenne est aussi appelée "Composante continue".

③ La valeur moyenne d'une grandeur **x** se note aussi $\mathbf{< x >}$.

5- La valeur efficace

Expérience

Alimentons une ampoule d'éclairage supposée "résistive" avec la tension **u** sinusoïdale alternative du secteur "230V".

Nous constatons que l'ampoule brille; elle reçoit donc de l'énergie bien que $\mathbf{U_{moy} = 0V}$.

Alimentons cette même ampoule avec une tension continue **U** que l'on règlera jusqu'à avoir le même éclairement qu'avec la tension du secteur. On remarque alors que la tension continue a été réglée à **U = 230V**.

On va donc définir une grandeur appelée "valeur efficace" qui sera utile pour caractériser les notions de puissances et énergies.

Définition : La valeur efficace d'une tension périodique **u** est la tension constante **U** qui fournirait la même puissance à une résistance.
*Cette définition est aussi valable pour un courant **i**.*

Relation donnant la valeur efficace du courant **I** en fonction de **i** (valeur instantannée) :

La puissance instantanée p absorbée par une résistance **R** est : $\mathbf{p = R.i^2}$.
La puissance moyenne absorbée est $\mathbf{P = < R.i^2 > = R < i^2 >}$ car **R** est constant.
La puissance moyenne absorbée est aussi $\mathbf{P = R.I^2}$ car I est la valeur efficace de i (même "**efficacité**" que le courant constant I)

On a donc : $\mathbf{R.I^2 = R < i^2 >} \Rightarrow \mathbf{I^2 = < i^2 >} \Rightarrow \boxed{\mathbf{I = \sqrt{< i^2 >}}}$.

Relation générale :

La valeur efficace X d'une grandeur périodique x est définie par la relation :

$$\boxed{\mathbf{X = \sqrt{< x^2 >}}}$$

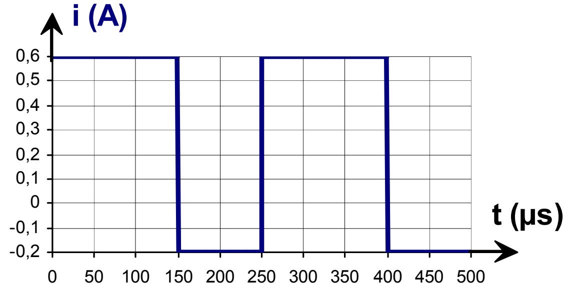
Cette valeur efficace "vraie" est dénommée RMS (Root Mean Square) soit Racine carrée de la Moyenne du Carré.

Méthode de calcul :

① On élève la grandeur au carré $\rightarrow \mathbf{x^2}$
② On calcule la valeur moyenne de ce "carré". $\rightarrow \mathbf{< x^2 >}$
③ On fait la racine carré de la moyenne du "carré" $\rightarrow \sqrt{\mathbf{< x^2 >}}$.

Exemple :

Calculons la valeur efficace du courant i représenté ci-contre :



Valeur moyenne de i^2 : $< i^2 > = \dfrac{0{,}6^2 \times 150.10^{-6} + (-0{,}2)^2 \times 100.10^{-6}}{250.10^{-6}} = 0{,}232 \text{ A}^2$.

Valeur efficace : $I = \sqrt{< i^2 >} = \sqrt{0{,}232} \approx \mathbf{482\ mA}$.

III- MESURE DES VALEURS MOYENNE ET EFFICACE

1- Mesure de la valeur moyenne

La valeur moyenne d'une tension se mesure avec un voltmètre en position "DC".
La valeur moyenne d'un courant se mesure avec un ampèremètre en position "DC".
La valeur moyenne de la puissance se mesure avec un wattmètre (certains wattmètres à affichage graphique affichent la puissance instantanée sous forme de courbes)

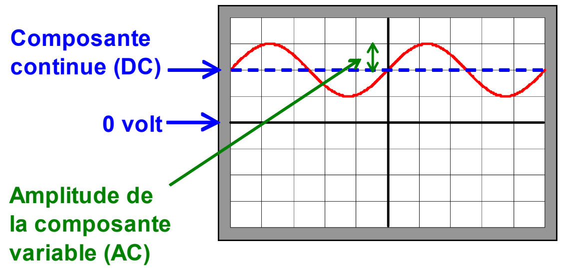
2- Mesure de la valeur efficace

La valeur efficace d'une tension se mesure avec un voltmètre "RMS" en position "DC".
La valeur efficace d'un courant se mesure avec un ampèremètre "RMS" en position "DC".

Remarque : Les multimètres "bas de gamme" mesurent les valeurs efficaces que pour des signaux sinusoïdaux (tension et courant du secteur ou en sortie de transformateur).

IV- COMPOSANTE CONTINUE ET COMPOSANTE VARIABLE

En électronique, on rencontre souvent des signaux ayant une valeur moyenne non nulle (composante continue) et une composante variable autour de la valeur moyenne.



Si on note U_{moy} la valeur moyenne (composante continue); U_{ond} la valeur efficace de la composante variable (sans la composante continue) et U_{eff} la valeur efficace du signal complet alors on a la relation :

$$\boxed{U_{eff}^2 = U_{moy}^2 + U_{ond}^2}$$

Du point de vue des appareils de mesures, la relation peut s'écrire aussi :

$$\boxed{U_{AC+DC}^2 = U_{AC}^2 + U_{DC}^2}$$

Remarque : Certains multimètres "RMS" peuvent mesurer la valeur efficace U_{ond} (composante variable) en sélectionnant le calibre "AC".
Pour mesurer la valeur U_{eff} du signal complet on sélectionne "AC+DC".