

# Chapitre III- 4- RÉGIME SINUSOÏDAL ASSOCIATION DE DIPÔLES

## OBJECTIFS

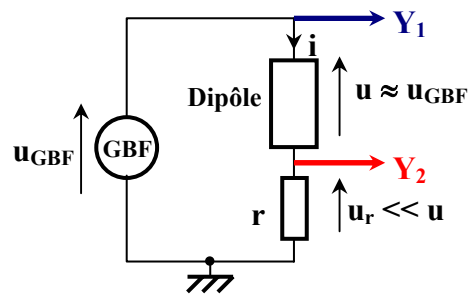
Il s'agit d'étudier la relation courant-tension ( impédance  $\underline{Z} = [ Z ; \varphi ]$  ) dans des associations de dipôles linéaires élémentaires (résistances , inductances et condensateurs).

- ① Association série ( "RL série", "RC série" et "RLC série" ).
- ② Association parallèle ( "RL parallèle", "RC parallèle" et "RLC parallèle" ).

Dans le cas d'une association "RLC", la phénomène de résonance sera mis en évidence et interprété.

## I- GÉNÉRALITÉS

### 1- Montage pour les associations "série"



#### ① Mesure des valeurs efficaces U et I

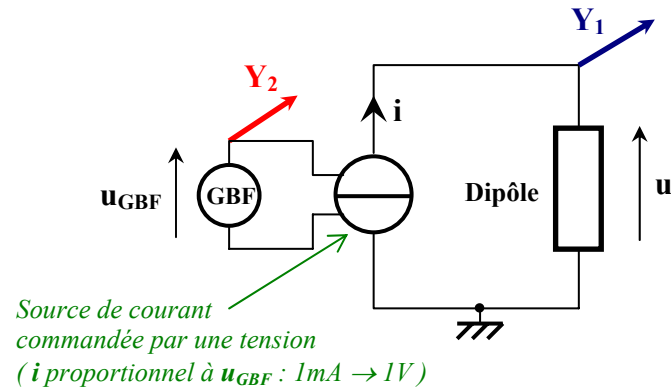
Un voltmètre "AC" branché aux bornes du dipôle donnera U.  
Un voltmètre "AC" branché aux bornes de la résistance r donnera  $U_r = rI$  et il suffira de faire  $I = U_r / r$ .

#### ② Mesure du déphasage $\varphi$ ( retard de i par rapport à u )

La voie  $Y_2$  de l'oscilloscope visualise la tension  $u_r$  qui est proportionnelle à i.  
La voie  $Y_1$  de l'oscilloscope visualise la tension  $u_{GBF}$  qui est très proche de la tension u car  $u_r$  est négligeable devant u.

⇒ Le déphasage  $\varphi$  se visualise directement (  $u \rightarrow Y_1$  et  $i \rightarrow Y_2$  ).

### 2- Montage pour les associations "parallèle"



#### ① Mesure des valeurs efficaces U et I

Un voltmètre "AC" branché aux bornes du dipôle donnera U.  
Un voltmètre "AC" branché aux bornes du GBF donnera la tension  $U_{GBF}$  directement proportionnelle au courant I (  $1V \rightarrow 1mA$  ).

#### ② Mesure du déphasage $\varphi$ ( retard de i par rapport à u )

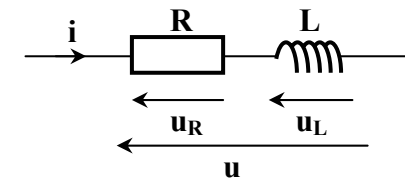
La voie  $Y_1$  de l'oscilloscope visualise directement la tension u.  
La voie  $Y_2$  de l'oscilloscope visualise la tension  $u_{GBF}$  qui est proportionnelle à i.

⇒ Le déphasage  $\varphi$  se visualise directement (  $u \rightarrow Y_1$  et  $i \rightarrow Y_2$  ).

## II- CIRCUIT "RL SÉRIE"

### 1- Montage

Le dipôle est constitué d'une résistance en série avec une inductance :

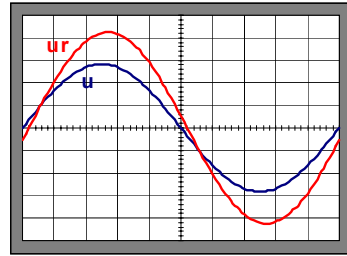


### 2- Essai à basse fréquence

Le dipôle est alimenté avec une tension sinusoïdale de faible fréquence.  
On mesure une tension  $U_R$  proche de U et une tension  $U_L$  petite devant U.

L'oscillogramme est donné à la page suivante :

On constate un déphasage  $\phi$  positif et de faible valeur (  $i$  est en **retard** par rapport à  $u$  ).



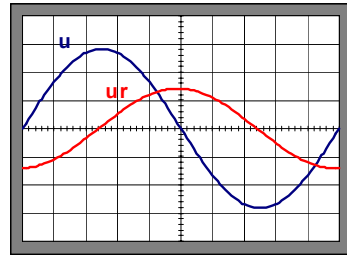
Le courant  $I$  est proche de la valeur  $U / R$ .

$\Rightarrow$  L'inductance semble avoir une action négligeable à cette fréquence.

### 3- Essai à haute fréquence

Le dipôle est alimenté avec une tension sinusoïdale de haute fréquence. On mesure une tension  $U_L$  proche de  $U$  et une tension  $U_R$  petite devant  $U$ .

L'oscillogramme est indiqué ci-contre :



On constate un déphasage  $\phi$  positif et proche de  $\pi / 2$  (  $i$  est en **retard** par rapport à  $u$  ).

Le courant  $I$  est proche de la valeur  $\frac{U}{L\omega}$ .

$\Rightarrow$  La résistance semble avoir une action négligeable à cette fréquence.

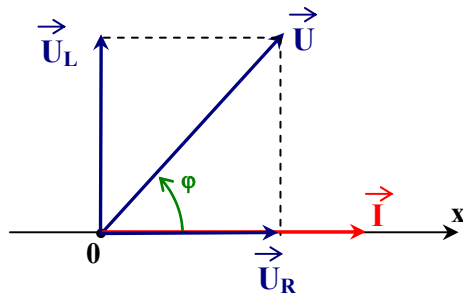
### 4- Interprétation

#### ① Représentation de Fresnel

La relation vectorielle donne  $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L$  avec :

$\vec{U}_R$  colinéaire à  $\vec{I}$  car  $u_R$  et  $i$  sont "en phase".

$\vec{U}_L$  en avance de  $\pi/2$  par rapport à  $\vec{I}$  car  $u_L$  est en "quadrature avance" sur  $i$ .



La longueur des vecteurs donne  $U_R = RI$  et  $U_L = L\omega I$ .

En appliquant le théorème de Pythagore, on obtient :  $U^2 = U_R^2 + U_L^2$

$$\Rightarrow (Z_{RLsérie} I)^2 = (RI)^2 + (L\omega I)^2$$

$$\Rightarrow Z_{RLsérie}^2 = R^2 + (L\omega)^2$$

$$\Rightarrow Z_{RLsérie} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

$$\text{On a aussi } \phi_{RLsérie} = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

En basse fréquence, on a  $L\omega \ll R$  ce qui donne  $Z_{RLsérie} \approx R$  et  $\phi_{RLsérie} \approx 0$ .

En haute fréquence, on a  $R \ll L\omega$  ce qui donne  $Z_{RLsérie} \approx L\omega$  et  $\phi_{RLsérie} \approx \pi/2$ .

#### ② Impédance complexe

Les impédances s'ajoutent car les dipôles sont en série :

$$\Rightarrow Z_{RLsérie} = Z_R + Z_L = R + jL\omega = [Z_{RLsérie}; \phi_{RLsérie}]$$

$$\text{avec } Z_{RLsérie} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \text{ et } \phi_{RLsérie} = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

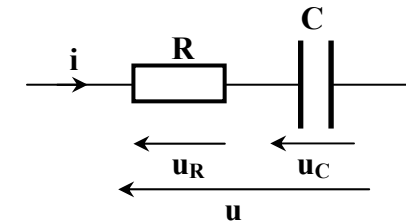
En basse fréquence, on a  $L\omega \ll R$  ce qui donne  $Z_{RLsérie} \approx R$ .

En haute fréquence, on a  $R \ll L\omega$  ce qui donne  $Z_{RLsérie} \approx jL\omega$ .

## III- CIRCUIT "RC SÉRIE"

### 1- Montage

Le dipôle est constitué d'une résistance en série avec un condensateur :



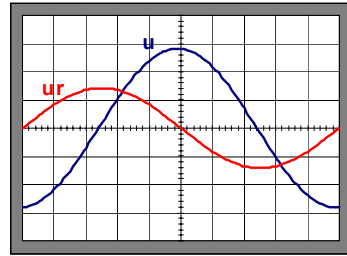
### 2- Essai à basse fréquence

Le dipôle est alimenté avec une tension sinusoïdale de faible fréquence.

On mesure une tension  $U_C$  proche de  $U$  et une tension  $U_R$  petite devant  $U$ .

L'oscillogramme est donné à la page suivante :

On constate un déphasage  $\phi$  négatif et proche de  $-\pi/2$  ( $i$  est en **avance** par rapport à  $u$ ).



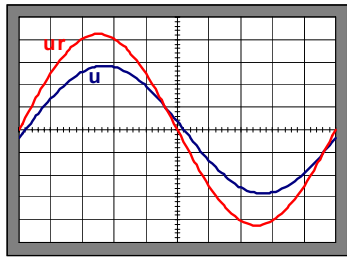
Le courant  $I$  est proche de la valeur  $C\omega U$ .

$\Rightarrow$  La résistance semble avoir une action négligeable à cette fréquence.

### 3- Essai à haute fréquence

Le dipôle est alimenté avec une tension sinusoïdale de haute fréquence. On mesure une tension  $U_R$  proche de  $U$  et une tension  $U_C$  petite devant  $U$ .

L'oscillogramme est indiqué ci-contre :



On constate un déphasage  $\phi$  positif et de faible valeur ( $i$  est en **avance** par rapport à  $u$ ).

Le courant  $I$  est proche de la valeur  $\frac{U}{R}$ .

$\Rightarrow$  Le condensateur semble avoir une action négligeable à cette fréquence.

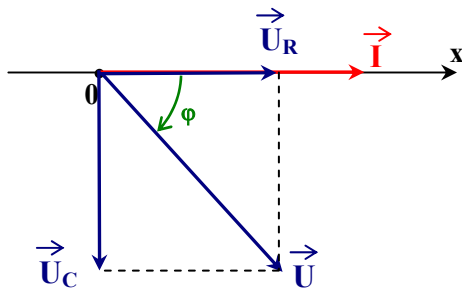
### 4- Interprétation

#### ① Représentation de Fresnel

La relation vectorielle donne  $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_C$  avec :

$\vec{U}_R$  colinéaire à  $\vec{I}$  car  $u_R$  et  $i$  sont "en phase".

$\vec{U}_C$  en retard de  $\pi/2$  par rapport à  $\vec{I}$  car  $i$  est en "quadrature avance" sur  $u_C$ .



La longueur des vecteurs donne  $U_R = RI$  et  $U_C = \frac{1}{C\omega} I$ .

En appliquant le théorème de Pythagore, on obtient :  $U^2 = U_R^2 + U_C^2$

$$\Rightarrow (Z_{RCsérie} I)^2 = (RI)^2 + \left(\frac{1}{C\omega} I\right)^2$$

$$\Rightarrow Z_{RCsérie}^2 = R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2$$

$$\Rightarrow Z_{RCsérie} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\text{On a aussi } \varphi_{RCsérie} = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$$

En basse fréquence, on a  $R \ll \frac{1}{C\omega}$  ce qui donne  $Z_{RCsérie} \approx \frac{1}{C\omega}$  et  $\varphi_{RCsérie} \approx -\pi/2$ .

En haute fréquence, on a  $\frac{1}{C\omega} \ll R$  ce qui donne  $Z_{RCsérie} \approx R$  et  $\varphi_{RCsérie} \approx 0$ .

#### ② Impédance complexe

Les impédances s'ajoutent car les dipôles sont en série :

$$\Rightarrow Z_{RCsérie} = Z_R + Z_C = R - j\frac{1}{C\omega} = [Z_{RCsérie}; \varphi_{RCsérie}]$$

$$\text{avec } Z_{RCsérie} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} \text{ et } \varphi_{RCsérie} = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$$

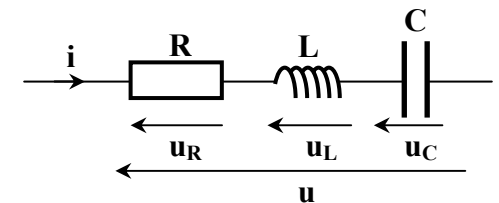
En basse fréquence, on a  $R \ll \frac{1}{C\omega}$  ce qui donne  $Z_{RCsérie} \approx -j\frac{1}{C\omega}$ .

En haute fréquence, on a  $\frac{1}{C\omega} \ll R$  ce qui donne  $Z_{RCsérie} \approx R$ .

## IV- CIRCUIT "RLC SÉRIE"

### 1- Montage

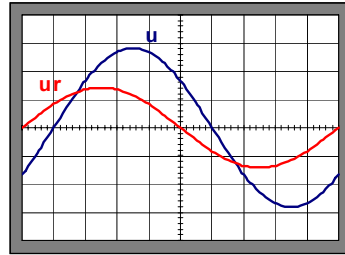
Le dipôle est constitué d'une résistance en série avec une inductance et en série avec un condensateur :



## 2- Essai à basse fréquence

Le dipôle est alimenté avec une tension sinusoïdale de faible fréquence.  
On mesure une tension  $U_C$  supérieure à  $U_L$ .

L'oscillogramme est représenté ci-contre :



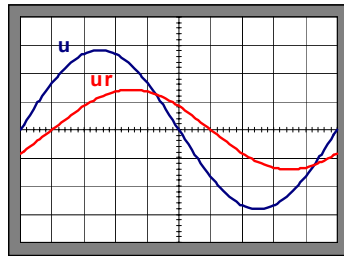
On constate un déphasage  $\varphi$  négatif  
(  $i$  est en **avance** par rapport à  $u$  ).

⇒ Le condensateur semble avoir une action prépondérante face à l'inductance.

## 3- Essai à haute fréquence

Le dipôle est alimenté avec une tension sinusoïdale de haute fréquence.  
On mesure une tension  $U_L$  supérieure à  $U_C$ .

L'oscillogramme est indiqué ci-contre :



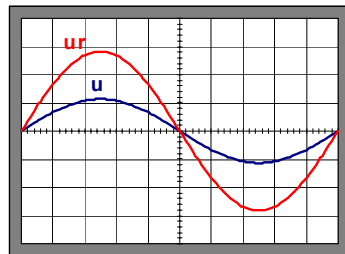
On constate un déphasage  $\varphi$  positif  
(  $i$  est en **retard** par rapport à  $u$  ).

⇒ L'inductance semble avoir une action prépondérante face au condensateur.

## 4- Essai à la fréquence telle que $\varphi=0$ (résonance)

Le dipôle est alimenté avec une tension sinusoïdale de fréquence telle que  $\varphi = 0$ .  
On mesure une tension  $U_L$  égale à  $U_C$  et on constate que le courant  $I$  est **maximum** par rapports aux autres fréquences.

L'oscillogramme est indiqué ci-contre :



On a réglé la fréquence jusqu'à avoir  $\varphi = 0$ .

## 5- Interprétation

### ① Représentation de Fresnel

La relation vectorielle donne  $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$  avec :

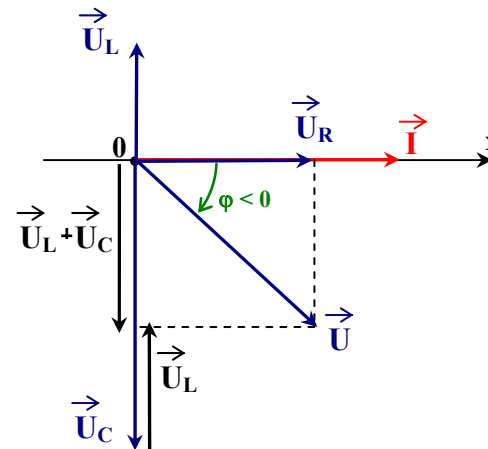
$\vec{U}_R$  colinéaire à  $\vec{I}$  car  $u_R$  et  $i$  sont "en phase".

$\vec{U}_L$  en avance de  $\pi/2$  par rapport à  $\vec{I}$  car  $u_L$  est en "quadrature avance" sur  $i$ .

$\vec{U}_C$  en retard de  $\pi/2$  par rapport à  $\vec{I}$  car  $i$  est en "quadrature avance" sur  $u_C$ .

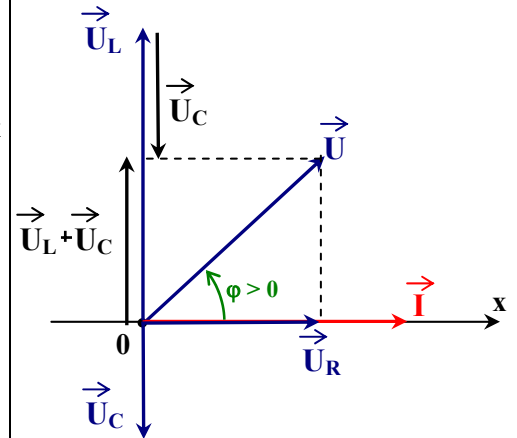
### ■ Basse fréquence

$U_C$  étant supérieur à  $U_L$ , le vecteur  $\vec{U}$  se situe "du côté" de  $\vec{U}_C$  avec un déphasage négatif.



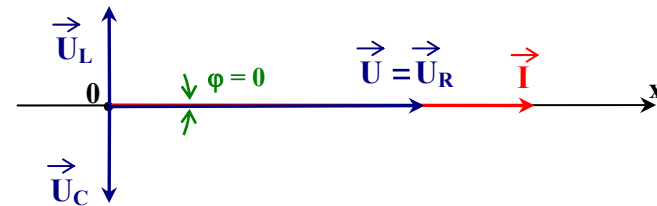
### ■ Haute fréquence

$U_L$  étant supérieur à  $U_C$ , le vecteur  $\vec{U}$  se situe "du côté" de  $\vec{U}_L$  avec un déphasage positif.



### ■ Fréquence de résonance ( $\varphi = 0$ )

$U_C$  étant égal à  $U_L$ , le vecteur  $\vec{U}$  se retrouve colinéaire au vecteur  $\vec{I}$  ( $\varphi = 0$ )



La longueur des vecteurs donne  $U_R = RI$  ;  $U_L = L\omega I$  et  $U_C = \frac{1}{C\omega} I$ .

En appliquant le théorème de Pythagore, on obtient :  $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$

$$\Rightarrow (Z_{RLCsérie} I)^2 = (RI)^2 + \left(L\omega I - \frac{1}{C\omega} I\right)^2$$

$$\Rightarrow Z_{RLCsérie}^2 = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$$

$$\Rightarrow Z_{RLCsérie} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

On a aussi  $\varphi_{RLCsérie} = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$ .

En basse fréquence, on a  $L\omega \ll \frac{1}{C\omega}$  ce qui donne  $Z_{RLCsérie} \approx Z_{RCsérie}$  et  $\varphi_{RLCsérie} < 0$ .

En haute fréquence, on a  $\frac{1}{C\omega} \ll L\omega$  ce qui donne  $Z_{RLCsérie} \approx Z_{RLsérie}$  et  $\varphi_{RLCsérie} > 0$ .

A la fréquence telle que  $\varphi_{RLCsérie} = 0$ , on a  $L\omega = \frac{1}{C\omega}$  ce qui donne  $Z_{RLCsérie} = R$ .

On a aussi :  $LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  ou  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

## ② Impédance complexe

Les impédances s'ajoutent car les dipôles sont en série :

$$\Rightarrow Z_{RCsérie} = Z_R + Z_L + Z_C = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = [Z_{RCsérie}, \varphi_{RCsérie}]$$

avec  $Z_{RCsérie} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$  et  $\varphi_{RCsérie} = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$ .

En basse fréquence, on a  $L\omega \ll \frac{1}{C\omega}$  ce qui donne  $Z_{RLCsérie} \approx R - j\frac{1}{C\omega}$ .

En haute fréquence, on a  $\frac{1}{C\omega} \ll L\omega$  ce qui donne  $Z_{RLCsérie} \approx R + jL\omega$ .

A la fréquence telle que  $\varphi_{RLCsérie} = 0$ , on a  $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$  ce qui donne  $Z_{RLCsérie} = R$ .

## 6- Etude particulière de la résonance

### ① Expérience

On alimente un circuit RLC série avec une tension sinusoïdale de tension efficace 5V et de fréquence  $f_0$  telle que  $\varphi = 0$  (résonance).

On mesure aux bornes du condensateur et aux bornes de la bobine, une tension efficace de 12V.

**⇒ Il y a donc une surtension aux bornes de la bobine et aux bornes du condensateur à la résonance.**

### ② Interprétation

A la fréquence  $f_0$ , l'impédance du circuit est minimale et égale à R; le courant est donc maximal (on dit qu'il y a résonance en courant).

L'intensité du courant à la résonance est donc  $I_0 = \frac{U}{R}$  et la tension aux bornes du

condensateur est  $U_C = \frac{1}{C\omega_0} I_0 = \frac{U}{RC\omega_0}$  (avec  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ).

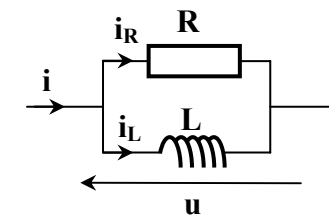
Le rapport entre la tension  $U_C$  et la tension  $U$  est donc  $\frac{U_C}{U} = \frac{1}{RC\omega_0}$  et ce rapport peut être supérieur à 1 d'où le phénomène de surtension lié au phénomène de surintensité.

On définit le coefficient de surtension à la résonance  $Q_0 = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{L\omega_0}{R}$ .

## V-CIRCUIT "RL PARALLÈLE"

### 1- Montage

Le dipôle est constitué d'une résistance en parallèle avec une inductance :

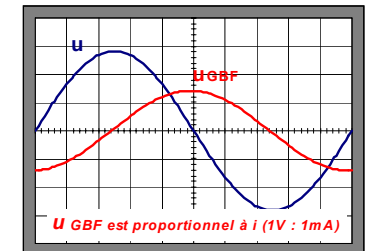


### 2- Essai à basse fréquence

Le dipôle est alimenté avec un courant sinusoïdal de basse fréquence.

On mesure un courant  $I_L$  proche de  $I$  et un courant  $I_R$  petit devant  $I$ .

L'oscillogramme est indiqué ci-contre :



On constate un déphasage  $\phi$  positif et proche de  $\pi/2$  (  $i$  est en **retard** par rapport à  $u$  ).

La tension  $U$  est proche de la valeur  $L\omega.I$  .

⇒ La résistance semble avoir une action négligeable à cette fréquence.

### 3- Essai à haute fréquence

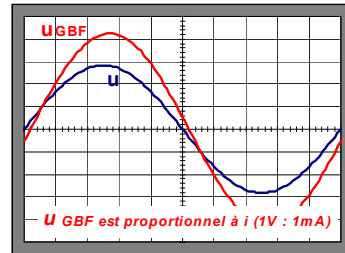
Le dipôle est alimenté avec un courant sinusoïdal de haute fréquence.

On mesure un courant  $I_R$  proche de  $I$  et un courant  $I_L$  petit devant  $I$ .

L'oscillogramme est donné à la page suivante :

On constate un déphasage  $\phi$  positif et de faible valeur (  $i$  est en **retard** par rapport à  $u$  ).

La tension  $U$  est proche de la valeur  $R.I$  .



⇒ L'inductance semble avoir une action négligeable à cette fréquence.

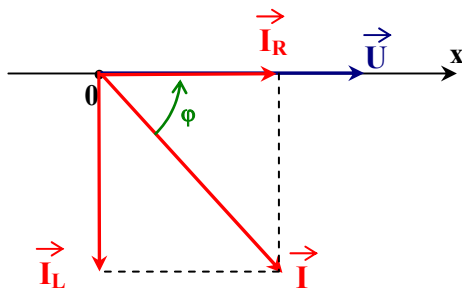
### 4- Interprétation

#### ① Représentation de Fresnel

La relation vectorielle donne  $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L$  avec :

$\vec{I}_R$  colinéaire à  $\vec{U}$  car  $i_R$  et  $u$  sont "en phase".

$\vec{I}_L$  en retard de  $\pi/2$  par rapport à  $\vec{U}$  car  $i_L$  est en "quadrature retard" sur  $u$ .



La longueur des vecteurs donne  $I_R = \frac{U}{R}$  et  $I_L = \frac{1}{L\omega} U$ .

En appliquant le théorème de Pythagore, on obtient :  $I^2 = I_R^2 + I_L^2$

$$\Rightarrow (Y_{RL\text{parall}} U)^2 = \left(\frac{1}{R} U\right)^2 + \left(\frac{1}{L\omega} U\right)^2$$

$$\Rightarrow Y_{RL\text{parall}}^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{L\omega}\right)^2$$

$$\Rightarrow Y_{RL\text{parall}} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{L\omega}\right)^2}$$

$$\text{On a aussi } \phi_{RL\text{parall}} = \tan^{-1}\left(\frac{R}{L\omega}\right)$$

En basse fréquence, on a  $\frac{1}{R} \ll \frac{1}{L\omega}$  ce qui donne  $Y_{RL\text{parall}} \approx \frac{1}{L\omega}$  soit  $Z_{RL\text{parall}} \approx L\omega$  et  $\phi_{RL\text{parall}} \approx +\pi/2$ .

En haute fréquence, on a  $\frac{1}{L\omega} \ll \frac{1}{R}$  ce qui donne  $Y_{RL\text{parall}} \approx \frac{1}{R}$  soit  $Z_{RL\text{parall}} \approx R$  et  $\phi_{RL\text{parall}} \approx 0$ .

#### ② Admittance complexe

Les admittances s'ajoutent car les dipôles sont en parallèle :

$$\Rightarrow Y_{RL\text{parall}} = Y_R + Y_L = \frac{1}{R} - j\frac{1}{L\omega} = [Y_{RL\text{parall}}; -\phi_{RL\text{parall}}]$$

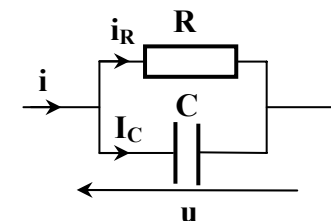
$$\text{avec } Y_{RL\text{parall}} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{L\omega}\right)^2} \text{ et } \phi_{RL\text{parall}} = \tan^{-1}\left(\frac{R}{L\omega}\right)$$

En basse fréquence, on a  $\frac{1}{R} \ll \frac{1}{L\omega}$  ce qui donne  $Y_{RL\text{parall}} \approx -j\frac{1}{L\omega}$  soit  $Z_{RL\text{parall}} \approx jL\omega$ .

En haute fréquence, on a  $\frac{1}{L\omega} \ll \frac{1}{R}$  ce qui donne  $Y_{RL\text{parall}} \approx \frac{1}{R}$  soit  $Z_{RL\text{parall}} \approx R$ .

### VI- CIRCUIT "RC PARALLÈLE"

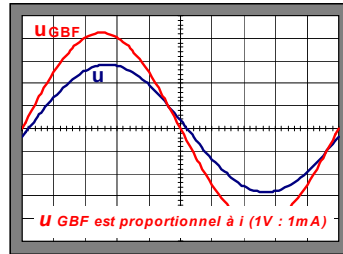
Le dipôle est constitué d'une résistance en parallèle avec un condensateur :



## 2- Essai à basse fréquence

Le dipôle est alimenté avec un courant sinusoïdal de basse fréquence.  
On mesure un courant  $I_R$  proche de  $I$  et un courant  $I_C$  petit devant  $I$ .

L'oscillogramme est indiqué ci-contre :



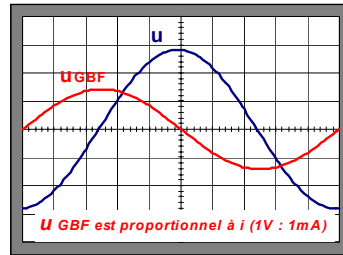
On constate un déphasage  $\varphi$  positif et de faible valeur ( $i$  est en **avance** par rapport à  $u$ ).

La tension  $U$  est proche de la valeur  $R \cdot I$ .

⇒ Le condensateur semble avoir une action négligeable à cette fréquence.

## 3- Essai à haute fréquence

Le dipôle est alimenté avec un courant sinusoïdal de haute fréquence.  
On mesure un courant  $I_C$  proche de  $I$  et un courant  $I_R$  petit devant  $I$ .



On constate un déphasage  $\varphi$  négatif et proche de  $-\pi/2$  ( $i$  est en **avance** par rapport à  $u$ ).

La tension  $U$  est proche de la valeur  $\frac{1}{C\omega} I$ .

⇒ La résistance semble avoir une action négligeable à cette fréquence.

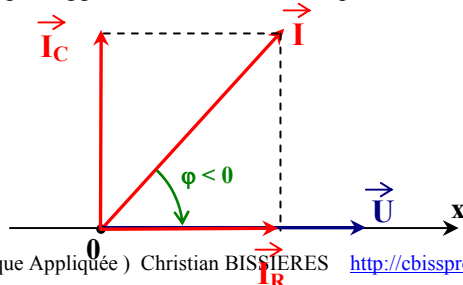
## 4- Interprétation

### ① Représentation de Fresnel

La relation vectorielle donne  $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_C$  avec :

$\vec{I}_R$  colinéaire à  $\vec{U}$  car  $i_R$  et  $u$  sont "en phase".

$\vec{I}_C$  en avance de  $\pi/2$  par rapport à  $\vec{U}$  car  $i_C$  est en "quadrature avance" sur  $u$ .



La longueur des vecteurs donne  $I_R = \frac{U}{R}$  et  $I_C = C\omega U$ .

En appliquant le théorème de Pythagore, on obtient :  $I^2 = I_R^2 + I_C^2$

$$\Rightarrow \left( Y_{RC\text{parall}} U \right)^2 = \left( \frac{1}{R} U \right)^2 + (C\omega U)^2$$

$$\Rightarrow Y_{RC\text{parall}}^2 = \left( \frac{1}{R} \right)^2 + (C\omega)^2$$

$$\Rightarrow Y_{RC\text{parall}} = \sqrt{\left( \frac{1}{R} \right)^2 + (C\omega)^2}$$

$$\text{On a aussi } \varphi_{RC\text{parall}} = -\tan^{-1}(RC\omega)$$

En basse fréquence, on a  $C\omega \ll \frac{1}{R}$  ce qui donne  $Y_{RC\text{parall}} \approx \frac{1}{R}$  soit  $Z_{RC\text{parall}} \approx R$  et

$$\varphi_{RC\text{parall}} \approx 0.$$

En haute fréquence, on a  $\frac{1}{R} \ll C\omega$  ce qui donne  $Y_{RC\text{parall}} \approx C\omega$  soit  $Z_{RC\text{parall}} \approx \frac{1}{C\omega}$  et

$$\varphi_{RC\text{parall}} \approx -\pi/2.$$

### ② Admittance complexe

Les admittances s'ajoutent car les dipôles sont en parallèle :

$$\Rightarrow Y_{RC\text{parall}} = Y_R + Y_C = \frac{1}{R} + jC\omega = \left[ Y_{RC\text{parall}} \cdot \varphi_{RC\text{parall}} \right]$$

$$\text{avec } Y_{RC\text{parall}} = \sqrt{\left( \frac{1}{R} \right)^2 + (C\omega)^2} \text{ et } \varphi_{RC\text{parall}} = -\tan^{-1}(RC\omega)$$

En basse fréquence, on a  $C\omega \ll \frac{1}{R}$  ce qui donne  $Y_{RC\text{parall}} \approx \frac{1}{R}$  soit  $Z_{RC\text{parall}} \approx R$ .

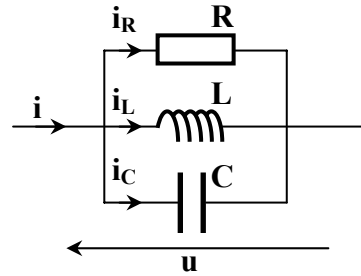
En haute fréquence, on a  $\frac{1}{R} \ll C\omega$  ce qui donne  $Y_{RC\text{parall}} \approx jC\omega$  soit

$$Z_{RC\text{parall}} \approx -j \frac{1}{C\omega} \text{ et } \varphi_{RC\text{parall}} \approx -\pi/2.$$

## IV- CIRCUIT "RLC PARALLÈLE"

### 1- Montage

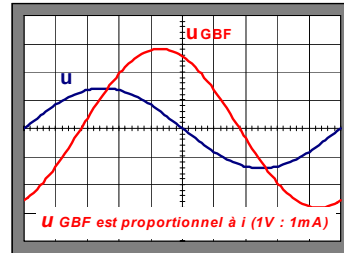
Le dipôle est constitué de l'association en parallèle d'une résistance d'une inductance et d'un condensateur :



### 2- Essai à basse fréquence

Le dipôle est alimenté avec un courant sinusoïdal de faible fréquence. On mesure un courant  $I_L$  supérieur à  $I_C$ .

L'oscillogramme est représenté ci-contre :



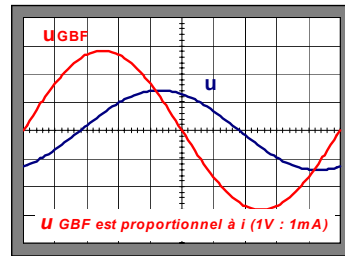
On constate un déphasage  $\varphi$  positif ( $i$  est en **retard** par rapport à  $u$ ).

⇒ L'inductance semble avoir une action prépondérante face au condensateur.

### 3- Essai à haute fréquence

Le dipôle est alimenté avec un courant sinusoïdal de haute fréquence. On mesure une tension  $I_C$  supérieur à  $I_L$ .

L'oscillogramme est indiqué ci-contre :



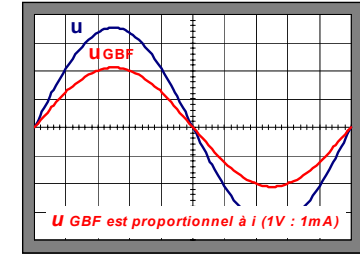
On constate un déphasage  $\varphi$  négatif ( $i$  est en **avance** par rapport à  $u$ ).

⇒ Le condensateur semble avoir une action prépondérante face à l'inductance.

### 4- Essai à la fréquence telle que $\varphi=0$ (résonance)

Le dipôle est alimenté avec un courant sinusoïdal de fréquence telle que  $\varphi = 0$ . On mesure un courant  $I_L$  égale à  $I_C$  et on constate que la tension  $U$  est **maximale** par rapports aux autres fréquences.

L'oscillogramme est indiqué ci-contre :



On a réglé la fréquence jusqu'à avoir  $\varphi = 0$ .

### 5- Interprétation

#### ① Représentation de Fresnel

La relation vectorielle donne  $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$  avec :

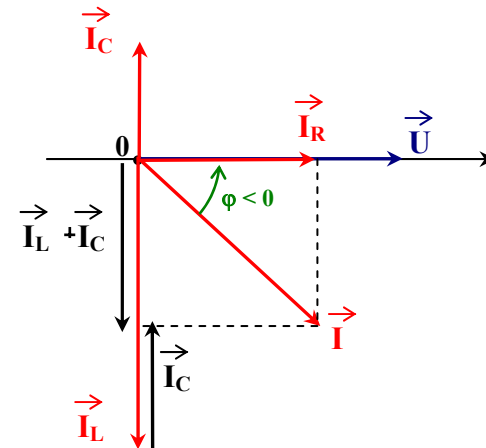
$\vec{I}_R$  colinéaire à  $\vec{U}$  car  $i_R$  et  $u$  sont "en phase".

$\vec{I}_L$  en retard de  $\pi/2$  par rapport à  $\vec{U}$  car  $i_L$  est en "quadrature retard" sur  $u$ .

$\vec{I}_C$  en avance de  $\pi/2$  par rapport à  $\vec{U}$  car  $i_C$  est en "quadrature avance" sur  $u$ .

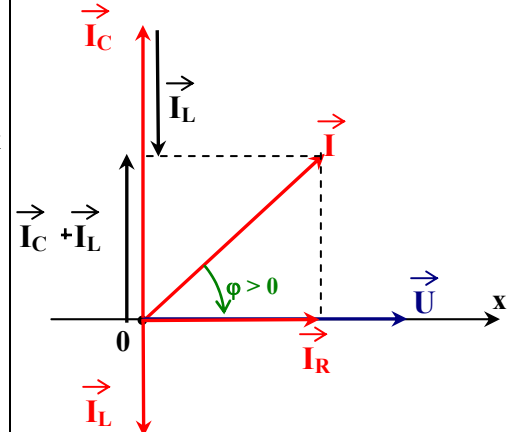
#### ■ Basse fréquence

$I_L$  étant supérieur à  $I_C$ , le vecteur  $\vec{I}$  se situe "du côté" de  $\vec{I}_L$  avec un déphasage positif.



#### ■ Haute fréquence

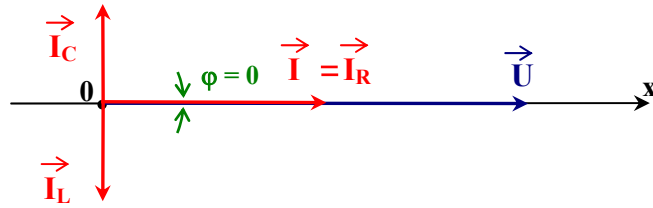
$I_C$  étant supérieur à  $I_L$ , le vecteur  $\vec{I}$  se situe "du côté" de  $\vec{I}_C$  avec un déphasage négatif.





■ **Fréquence de résonance** ( $\varphi = 0$ )

$I_C$  étant égal à  $I_L$ , le vecteur  $\vec{I}$  se retrouve colinéaire au vecteur  $\vec{U}$  ( $\varphi = 0$ )



La longueur des vecteurs donne  $I_R = \frac{1}{R} U$ ;  $I_L = \frac{1}{L\omega} U$  et  $I_C = C\omega I$ .

En appliquant le théorème de Pythagore, on obtient :  $I^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2$

$$\Rightarrow (Y_{RLCparall} I)^2 = \left(\frac{1}{R} I\right)^2 + \left(\frac{1}{L\omega} I - C\omega I\right)^2$$

$$\Rightarrow Y_{RLCparall}^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{L\omega} - C\omega\right)^2$$

$$\Rightarrow Y_{RLCparall} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{L\omega} - C\omega\right)^2}$$

On a aussi  $\varphi_{RLCparall} = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{L\omega} - C\omega}{1/R}\right)$ .

En basse fréquence, on a  $\frac{1}{L\omega} \gg C\omega$  ce qui donne  $Y_{RLCparall} \approx Y_{RLparall}$  et  $\varphi_{RLCparall} > 0$ .

En haute fréquence, on a  $C\omega \gg \frac{1}{L\omega}$  ce qui donne  $Y_{RLCparall} \approx Y_{RCparall}$  et  $\varphi_{RLCparall} < 0$ .

A la fréquence telle que  $\varphi_{RLCparall} = 0$ , on a  $\frac{1}{C\omega} = L\omega$  ce qui donne  $Y_{RLCparall} = \frac{1}{R}$ .

$$\text{On a aussi : } LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ ou } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

② **Admittance complexe**

Les admittances s'ajoutent car les dipôles sont en parallèle :

$$\Rightarrow Y_{LRCparall} = Y_R + Y_L + Y_C = \frac{1}{R} + j\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right) = [Y_{RLCparall}] \cdot \varphi_{RLCparall}$$

avec  $Y_{RLCparall} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}$  et  $\varphi_{RLCparall} = -\tan^{-1}\left(\frac{C\omega - \frac{1}{L\omega}}{1/R}\right)$ .

En basse fréquence, on a  $\frac{1}{L\omega} \gg C\omega$  ce qui donne  $Y_{RLCparall} \approx \frac{1}{R} - j\frac{1}{L\omega}$ .

En haute fréquence, on a  $C\omega \gg \frac{1}{L\omega}$  ce qui donne  $Y_{RLCparall} \approx \frac{1}{R} + jC\omega$ .

A la fréquence telle que  $\varphi_{RLCparall} = 0$ , on a  $\frac{1}{C\omega} = L\omega$  ce qui donne  $Y_{RLCparall} = \frac{1}{R}$ .

**6- Etude particulière de la résonance**

① **Expérience**

On alimente un circuit RLC parallèle avec un courant sinusoïdal d'intensité efficace 10mA et de fréquence  $f_0$  telle que  $\varphi = 0$  (résonance).

On mesure aux bornes du condensateur et aux bornes de la bobine, un courant efficace de 50mA.

**⇒ Il y a donc une surintensité dans la bobine et dans le condensateur à la résonance.**

② **Interprétation**

A la fréquence  $f_0$ , l'admittance du circuit est minimale et égale à  $\frac{1}{R}$ ; la tension est donc maximale (on dit qu'il y a résonance en tension).

La tension à la résonance est donc  $U_0 = RI$  et le courant dans le condensateur est  $I_C = C\omega_0 U_0 = C\omega_0 RI$  (avec  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ).

Le rapport entre le courant  $I_C$  et le courant  $I$  est donc  $\frac{I_C}{I} = RC\omega_0$  et ce rapport peut être supérieur à 1 d'où le phénomène de surintensité lié au phénomène de surtension.

On définit le coefficient de surintensité à la résonance  $Q_0 = RC\omega_0 = \frac{R}{L\omega_0}$ .